



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
Departamento de Ingeniería Eléctrica

**MODELACIÓN DE COMPETENCIA EN SISTEMAS
HIDROTÉRMICOS APLICANDO TEORIA DE JUEGOS**

T E S I S

Que para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica
Presenta:

Ing. Jonathan Gómez Martínez



México D.F.

JUNIO 2007



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

SIP-14

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 17:00 horas del día 8 del mes de Junio del 2007 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E. ZAC para examinar la tesis de grado titulada:

"MODELACIÓN DE COMPETENCIA EN SISTEMAS HIDROTÉRMICOS APLICANDO TEORÍA DE JUEGOS"

Presentada por el alumno:

GÓMEZ

Apellido paterno

MARTÍNEZ

materno

JONATHAN

nombre(s)

Con registro:

B	0	3	1	5	0	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACIÓN DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de tesis


DR. RICARDO OCTAVIO MOTA PALOMINO

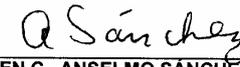
Presidente


DR. DAVID ROMERO ROMERO

Segundo Vocal


M. EN C. GONZALO ARROYO AGUILERA

Tercer Vocal


M. EN C. ANSELMO SANCHEZ SANCHEZ

Secretario


M. EN C. GILBERTO ENRIQUEZ HARPER

Suplente


M. EN C. JESUS REYES GARCIA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO


DR. JAIME ROBLES GARCIA



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día **21** del mes **Junio** del año 2007, el que suscribe **Ing. Jonathan Gómez Martínez** alumno del Programa de **Maestría en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica** con número de registro **B031505**, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E., Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Ricardo O. Mota Palomino** cede los derechos del trabajo intitulado: **Modelación de Competencia en Sistemas Hidrotérmicos aplicando Teoría de Juegos**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo.

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Jonathan Gómez Martínez

Nombre y firma

Resumen

El objetivo central de este trabajo es simular el funcionamiento de un mercado eléctrico competitivo, en un sistema hidrotérmico. El modelo estudia el comportamiento en el largo plazo de los distintos participantes que actúan en un mercado, y entrega información sobre las principales variables de interés, como son; el poder de mercado ejercido por las firmas, los precios spot de la energía, el uso del agua embalsada, la generación de cada central, etc.

Se muestra que la estrategia de las centrales hidroeléctricas es un dilema entre maximizar su beneficio inmediato haciendo ofertas al mercado o maximizar sus beneficios futuros almacenando agua para uso posterior.

El modelo desarrollado utiliza principios de la Teoría de Juegos no cooperativos, para representar el comportamiento estratégico de los participantes del mercado. Específicamente, se aplican conceptos del modelo oligopólico de Cournot y el equilibrio de Nash.

Primeramente, se desarrolla un modelo estático, con el cual se simula el comportamiento de las unidades generadoras en un mercado termoeléctrico. Este modelo se soluciona mediante un algoritmo iterativo para encontrar el equilibrio de Nash.

La incorporación de las centrales hidroeléctricas y de las dependencias temporales que introducen, se realiza en una siguiente etapa, en el modelo dinámico. Para resolverlo se utiliza el algoritmo de Programación Dinámica. En cada etapa y en cada estado de dicho algoritmo, se realiza un equilibrio de Nash-Cournot para determinar el comportamiento de las centrales térmicas (usando el modelo estático).

Se analizan distintas estrategias que pueden seguir los participantes termoeléctricos e hidroeléctricos, y las consecuencias de cada una de ellas. También se estudian medidas mitigadoras de poder de mercado, específicamente mediante la introducción de contratos bilaterales.

Abstract

The aim of this work is to build a model able to simulate a competitive electric power market, in a hydrothermal system, based on simple bids to a Power Exchange. The model studies the behavior in the short term of the different market agents and delivers information about relevant variables, like market power exercise, spot energy prices, use of stored water and generation levels, among others.

It is shown that the optimal bidding strategy for a hydro plant involves the tradeoff between maximizing immediate revenue by selling hydro energy in the spot market today or maximizing future revenues by storing this energy for a later usage.

The developed model employs non cooperative Game Theory concepts to simulate the strategic behavior of market agents. The main concepts used are Cournot model and Nash equilibrium.

Firstly, a static model is developed, which is able to simulate the behavior of power stations in a thermoelectric market. The Nash equilibrium is found using an iterative solver algorithm.

The addition of hydroelectric power station and time dependencies they introduce, is made later, in the dynamic model. The dynamic programming algorithm is used to solve this model. In each stage and state of the dynamic programming, a Nash-Cournot equilibrium is determined to assess the behavior of the thermoelectric power stations (using the static model).

Different competitive strategies that firms can follow and the consequences of each one of them are analyzed. Market power mitigation measures are also investigated.

Agradecimientos

Contenido

Resumen	i
Abstract	ii
Agradecimientos	iii
Indice de Figuras	viii
Indice de Tablas	x
Abreviatura y Simbología	xi
CAPITULO 1 Introducción	
1.1 Generalidades	1
1.2 Antecedentes	2
1.3 Planteamiento del Problema	3
1.4 Objetivo de la Tesis	3
1.5 Justificación	3
1.6 Estructura del Trabajo de Tesis	3
CAPITULO 2 Competitividad Estratégica y Estructura de Mercado	
2.1 Teoría de Juegos	
2.1.1 Introducción	5
2.1.2 Ejemplo de Juego	6
2.2 Equilibrio de Nash	7
2.3 Modelos Oligopólicos	8
2.4 Modelo de Cournot	
2.4.1 Supuestos de Cournot	9
2.4.2 Equilibrio de Nash-Cournot	9
2.4.3 Aplicación en Mercados eléctricos	10
2.5 Modelo de Bertrand	10

2.6 Poder de Mercado	
2.6.1 Introducción	10
2.6.2 Medidas de Poder de Mercado	10
2.6.3 Enfoque propuesto: Simulación de Comportamiento Estratégico	11

CAPITULO 3 Modelo Estático

3.1 Introducción	14
3.2 Bases para la simulación del Modelo Estático	
3.2.1 El ingreso marginal, el costo marginal y la maximización de beneficios	15
3.2.2 La demanda	16
3.3 Estrategia Competitiva	
3.3.1 Formulación matemática	17
3.3.2 Metodología de solución	17
3.3.3 Ejemplo	19
3.4 Estrategia de Juego por Unidades	
3.4.1 Formulación matemática	22
3.4.2 Metodología de solución (Método Iterativo)	22
3.4.3 Metodología de solución (Método Directo)	25
3.4.4 Ejemplo	26
3.5 Estrategia de Juego por Firmas	
3.5.1 Formulación Matemática	27
3.5.2 Metodología de solución (Método Directo)	28
3.5.3 Ejemplo	28
3.6 Comparativo de Estrategias	
3.6.1 Resultados	29

CAPITULO 4 Modelo Dinámico

4.1 Introducción	32
4.2 Modelo de Mínimo Costo	
4.2.1 Costos Inmediatos y Costos Futuros	33
4.2.2 Decisión Óptima del Operador	33
4.2.3 Formulación del Problema	34

4.3 Solución al modelo de Mínimo Costo: Programación Dinámica	
4.3.1 Programación Dinámica	39
4.4 Comportamiento estratégico de Generadores Hidroeléctricos	
4.4.1 Estrategia Competitiva	40
4.4.2 Estrategia de Juego por Unidades	41
CAPITULO 5 Resultados Obtenidos	
5.1 Introducción	44
5.2 Desarrollo del caso base	
5.2.1 La demanda	44
5.2.2 Aportaciones Hidrológicas	45
5.2.3 Equipo utilizado en las simulaciones	45
5.3 Resultados	
5.3.1 Precio Spot	46
5.3.2 Generación Hidro	47
5.3.3 Generación Termo	47
5.3.4 Ganancia obtenida por el generador hidroeléctrico	48
5.3.5 Costo operativo	49
5.3.6 Precios Spot ante diferentes elasticidades de la demanda	50
5.3.7 Precios Spot ante distintas condiciones hidrológicas	51
CAPITULO 6 Mecanismos para reducir Poder de Mercado	
6.1 Introducción	53
6.2 Contrato Bilateral de Largo Plazo	54
6.3 Contratos Bilaterales Físicos	
6.3.1 Incorporación al Modelo	55
6.3.2 Resultados	55
6.4 Contratos Bilaterales Financieros	
6.4.1 Incorporación al Modelo	57
6.4.2 Resultados Obtenidos	58
CAPITULO 7 Conclusiones y Desarrollos Futuros	
7.1 Conclusiones	60
7.1 Recomendaciones para trabajos futuros	61

BLIBIOGRAFIA CONSULTADA	62
ANEXO A Conceptos de Oferta y Demanda	65
ANEXO B Ejemplos (Modelo Estático)	70
ANEXO C Programación Dinámica	80
ANEXO D Programas Computacionales	88

Índice de figuras

Figura 3.1 Proceso para construir la oferta agregada de plantas térmicas	19
Figura 3.2 Resultado Grafico para la Estrategia Competitiva	21
Figura 3.3 Proceso iterativo para resolver el modelo estático de juego por unidades	23
Figura 3.4 Comparativo de precios spot con diferentes estrategias	29
Figura 3.5 Comparativo de cantidades ofertadas con diferentes estrategias	30
Figura 3.6 Comparativo de Beneficios obtenidos con diferentes estrategias.	30
Figura 4.1 Toma de decisiones en Sistemas Hidrotérmicos	31
Figura 4.1 Costos Inmediatos y Costos Futuros versus Nivel de almacenamiento	32
Figura 4.2 Uso óptimo del agua.	33
Figura 4.3 Representación de las variables de un embalse.	35
Figura 4.4. Estados, Etapas y Decisiones en Programación Dinámica	37
Figura 4.5 Curva de beneficio de Centrales Hidroeléctricas y Termoeléctricas	42
Figura 5.1 Aportaciones Hidrológicas en el vaso de Angostura	44
Figura 5.2 Precios de Despeje mensuales para diferentes estrategias. Caso base	45
Figura 5.3 Precios de despeje promedio para diferentes estrategias. Caso base	45
Figura 5.4 Generación Hidro para distintas estrategias. Caso base.	46
Figura 5.5 Generación Termo para distintas estrategias. Caso base.	46
Figura 5.6 Remuneración Hidro para distintas estrategias. Caso base.	47
Figura 5.7 Ganancia del participante Hidro ante distintas estrategias. Caso base	47
Figura 5.8 Costo operativo de la Generación Térmica. Caso base.	48
Figura 5.9 Costo promedio para diferentes estrategias. Caso base	48
Figura 5.10 Precios de despeje de la estrategia de juego por unidades para distintos valores de elasticidad de demanda	49
Figura 5.11 Precios spot promedio de la estrategia de juego por unidades para distintos valores de demanda	49

Figura 5.12 Precios de despeje mensuales de la estrategia de juego por unidades para distintos valores de aportaciones hidrológicas.	50
Figura 5.13 Precios spot promedio de la estrategia de juego por unidades para distintas series de aportación hidrológica.	51
Figura 6.1 Precios de despeje mensuales de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación física	55
Figura 6.2 Precios de despeje promedio de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación física	55
Figura 6.3 Precios de despeje mensuales de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación financiera.	57
Figura 6.4 Precios de despeje promedio de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación financiera.	57
Figura A.1 Curva de oferta	64
Figura A.2 La curva de demanda	65
Figura A.3 La oferta y la demanda	65
Figura A.4 El nuevo equilibrio tras el desplazamiento de la oferta	66
Figura A.5 El nuevo equilibrio tras el desplazamiento de la demanda	66
Figura A.6 Pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el poder de mercado.	68
Figura C.1 Diagrama de flujo de la Metodología de Optimización	80
Figura C.2. Diagrama de flujo del proceso de barrido hacia atrás	81
Figura C.3 Diagrama de flujo del módulo del proceso hacia delante.	84
Figura C.4 Proceso general de interpolación lineal por segmentos	85

Índice de Tablas

Tabla 2.1 Matriz de pagos correspondiente al dilema del prisionero	6
Tabla 3.1 Datos de la demanda – ejemplo modelo estático	19
Tabla 3.2 Costos de las Centrales Térmicas	20
Tabla 3.3 Resultados, Estrategia competitiva	21
Tabla 3.4 Resultados, Estrategia de Juego por Unidades.	26
Tabla 3.5 Resultados, Estrategia de Juego por Unidades- utilizando algoritmo iterativo.	27
Tabla 3.6 Resultados, Estrategia de Juego por Firmas	29
Tabla 3.7 Comparación de Resultados ante diferentes estrategias	29
Tabla B.1. Datos de la demanda – ejemplo modelo estático	69
Tabla B.2 Datos del Sistema de 3 Generadores	69
Tabla B.3 Solución por el método iterativo	78
Tabla B.4 Tabla de los resultados de Beneficio y Costo	78
Tabla B.5 Tabla comparativa de resultados	78
Tabla C.1. Nivel, Volumen, Consumo específico	86

Abreviaturas y Simbología utilizada

q_i	Cantidad producida por la empresa i .
$p_i(q_1, q_2, \dots, q_n)$	Precio de despeje del mercado que depende de la cantidad producida por cada firma
$\frac{dp}{dq_i}$	Sensitividad del precio con respecto a la cantidad producida por la firma i .
Π	Beneficio de la empresa
$\Delta I/\Delta q$	Ingreso Marginal
$\Delta C/\Delta q$	Costo marginal
IL	Índice de Lerner.
HHI	Índice Hirschman-Herfindahl.
ε	Elasticidad de la demanda.
$D(p)$	Demanda sensible al precio de mercado.
$O'(p)$	Oferta agregada de las firmas tomadoras de precio.
$D_r(p)$	Demanda residual.
X_t	Vector de estado del sistema al inicio de la etapa t , dado por el nivel de los embalses V_t y las aportaciones de la etapa previa A_{t-1}
$C_t(Q_t)$	Costos de operación asociados a la decisión U_t en la etapa t
$F_t(X_t, Q_t, A_t)$	Ecuaciones de continuidad del sistema hidroeléctrico
A_t	Vector de aportaciones durante la etapa t .
Q_t	Vector de decisión para la etapa t , que por lo general representa flujos de salida por turbina (turbinamientos), U_t , y por vertimientos S_t .
$G_{t+1}(X_{t+1})$	Conjunto de restricciones de estado en la etapa $t+1$
$H_t(Q_t)$	Conjunto de restricciones sobre las variables de decisión.
$I_t(Q_t)$	Conjunto de restricciones de generación del sistema.
I	Conjunto de plantas hidroeléctricas
J	Conjunto de plantas termoeléctricas
T	Horizonte de estudio de la planeación
M	Conjunto de plantas hidroeléctricas inmediatamente aguas arriba de la planta i
$V_t(i)$	Volumen al inicio de la etapa t en del embalse i .
$V_{t+1}(i)$	Volumen al final de la etapa t en del embalse i .
$U_t(i)$	Volumen turbinado en la planta i en la etapa t .
$A_t(i)$	Volumen de aportaciones a la planta i en la etapa t

$S_t(i)$	Volumen vertido por la planta i en la etapa t
$\rho(i)$	Productividad o factor de conversión de la planta hidroeléctrica i .
GT	Generación Termoeléctrica
GH	Generación Hidroeléctrica
L_t	Demanda del sistema en la etapa t
M	Conjunto de plantas hidroeléctricas inmediatamente aguas arriba de la planta i .
$U_t(m)$	Volumen de salida (turbinado) en la etapa t , en el embalse m .

Capítulo 1 Introducción

1.1 Reestructuración del Sector Eléctrico

Empresas concesionarias de energía eléctrica de diversos países están pasando por cambios en sus mecanismos de regulación. Una de las principales características de este proceso de reestructuración es aumentar la eficiencia de este sector a través de mecanismos de mercado (incentivos de competencia). En muchos países esta reestructuración contempla la participación de agentes privados en el proceso de producción de energía eléctrica, que históricamente ha sido una actividad, en muchos de los casos, ejercida por empresas paraestatales [22].

La introducción de competencia en el sector generación se ha dado en muchos países como Chile, Argentina, Australia, Noruega, Colombia y en algunas regiones de EUA, principalmente en California. En la mayoría de los casos la producción de energía eléctrica se convierte en una actividad liberalizada en la cual las decisiones de expansión y operación no dependen de procedimientos centralizados – usualmente basados en esquemas de minimización de costos – si no de decisiones que buscan maximizar su propio beneficio [32].

Una de las dificultades más grandes para la implementación de los mercados competitivos es el ejercicio de poder de mercado. Esto quiere decir que, algunos de los participantes ejercen prácticas no competitivas para aumentar sus beneficios. Tradicionalmente, en el análisis de poder de mercado del sector eléctrico se han utilizado medidas de concentración tales como el Índice Hirschman-Herfindahl (HHI), la FERC¹ ha propuesto adoptar el HHI como la herramienta fundamental para el análisis de poder mercado en este tipo de industria. Sin embargo, existe evidencia de peso que sugiere que las medidas de concentración pueden ser indicadores engañosos del potencial del poder de mercado en este tipo de industria. En esta tesis, se demuestran las ventajas de los modelos oligopólicos en comparación con las medidas de concentración simulando competencia de Cournot entre los suministradores más grandes de un mercado [4].

Tradicionalmente, este tipo de estudios se han llevado a cabo en sistemas puramente termoeléctricos, donde las decisiones de operación dependen únicamente de los costos de combustible y otros costos operativos. Sin embargo, la existencia de centrales hidroeléctricas agrega una nueva e importante dimensión que deben incorporar los modelos de mercado: el uso de agua y la fuerte dependencia temporal de las decisiones [5].

¹ Federal Energy Regulatory Commission

1.2 Antecedentes

Diversos trabajos han sido escritos en los últimos años sobre el riesgo de manipulación de precios en los mercados eléctricos, principalmente para sistemas térmicos. El aumento en la publicación de estos temas se ha dado por el *boom* de procesos de privatización y reestructuración, principalmente con la reestructuración del sector eléctrico de Inglaterra 1990 y de California 1997.

El tema de maximización de beneficios y la manipulación de precios por centrales hidroeléctricas es abordado por Bushnell en [31]. En este trabajo, el autor investiga el mercado de energía de la región Oeste de EUA. Un modelo analítico es propuesto para obtener un equilibrio de un juego no cooperativo entre los participantes. Son consideradas 3 empresas estratégicas (price makers), BPA, PG&E y SCE siendo el resto tomadoras de precio (price takers). En este trabajo se advierte de la capacidad de la empresa BPA (Bonneville Power Administration) para utilizar sus vasos y aumentar la producción de energía fuera de pico y disminuir su generación durante el pico, a la vez que la congestión de líneas de transmisión de los sistemas exportadoras vecinos inducirían a un aumento en el precio de energía. En este mismo trabajo el autor afirma que BPA no está usando este poder (talvez por ser una empresa estatal o por optar por técnicas más conservadoras).

Borenstein y Bushnell en [34] analizan en detalle el potencial de poder de mercado en California. En este trabajo, los autores simulan el comportamiento del mercado eléctrico como un modelo de Cournot. Ellos concluyen que, considerando principalmente las restricciones de transmisión entre el área norte y sur de California, existe posibilidad de manipulación de precios por las centrales hidroeléctricas en las horas de mayor demanda. Los autores argumentan que talvez sea más beneficioso invertir en tecnologías que permitan aumentar la elasticidad de la demanda que invertir en la reestructuración de mercado de forma de disminuir la concentración del mismo.

En [27] J. Villar y H. Rudnick simulan el sistema eléctrico chileno en base a modelos de Cournot e introducen una propuesta de simulación de *colusión* entre los participantes de un sistema Hidrotérmico. Concluyen que para periodos de corto plazo la demanda juega un papel importante en la determinación de precios, debido a que su comportamiento inelástico da oportunidad a los agentes de mercado de ofertar energía a precios demasiado altos. Así también se presenta la utilización de contratos bilaterales para reducir el ejercicio de poder de mercado.

En [22] L. Barroso y M. Pereira investigan el ejercicio de poder de mercado en sistemas hidrotérmicos con despacho basado en ofertas. Muestran que la estrategia óptima de una central hidroeléctrica envuelve un *tradeoff* entre maximizar su renta inmediata vendiendo energía en el mercado mayorista o maximizar su renta futura almacenando agua para uso futuro. El comportamiento estratégico es simulado a través de un equilibrio de Nash-Cournot. Es mostrado también que la producción hidroeléctrica total de N agentes estratégicos es menor que una solución de mínimo costo por un factor de $(N/N+1)$. Por último es presentado que en la medida que se utilice una contratación mínima obligatoria el poder de mercado disminuye.

1.3 Planteamiento del Problema

Es inevitable que algunos de los participantes en el mercado eléctrico desregulado traten de beneficiarse empleando tácticas no competitivas. El ejercicio de poder de mercado y la baja elasticidad de la demanda, amenazan con elevar los precios spot de la Bolsa. En este contexto es necesario que los modelos de simulación también provean alguna medida del poder de mercado de los participantes y del nivel de precios que se obtendría según diversas estrategias.

1.4 Objetivo de la Tesis

El objetivo central de esta Tesis es el desarrollo de un modelo computacional que simule el comportamiento de los agentes de un mercado hidrotérmico, bajo un nuevo esquema regulatorio, basado en ofertas libres, por parte de los generadores, a una Bolsa de Energía.

El estudio de poder de mercado en sistemas hidrotérmicos y los mecanismos para mitigarlo, en particular los contratos bilaterales.

Tradicionalmente, este tipo de estudios se han llevado a cabo en sistemas puramente termoeléctricos, donde las decisiones de operación dependen únicamente de los costos de combustible y otros costos operativos. Sin embargo, la existencia de centrales hidroeléctricas agrega una nueva e importante dimensión que deben incorporar los modelos de mercado: el uso de agua y la fuerte dependencia temporal de las decisiones.

1.5 Justificación

El nivel de concentración de una empresa esta correlacionado con la práctica de *poder de mercado*, sin embargo existen otros factores que influyen en el grado de competencia o la formación de oligopolios en un mercado.

Las Centrales Hidroeléctricas con capacidad de almacenamiento poseen la habilidad, conforme las condiciones hidrológicas se presenten, de realizar ofertas de una manera estratégica para elevar los precios spot, y de esta forma aumentar sus beneficios. Esto quiere decir que no es necesaria la concentración de mercado para que se ejerza la manipulación de precios.

1.6 Estructura del Trabajo de Tesis

En el Capítulo 2 se desarrollan los principales conceptos de la Teoría de Juegos no cooperativos y su aplicación a los sistemas eléctricos. También se introduce el concepto de Poder de Mercado, la forma de ubicarlo, de medirlo y sus implicaciones. El enfoque propuesto para analizarlo (a través de un modelo de mercado que simula el comportamiento estratégico utilizando teoría de juegos).

En el capítulo 3 se estudia de manera analítica el poder de mercado de agentes térmicos en un ambiente de mercado descentralizado a través del equilibrio de Nash con modelos de Cournot (problema de maximización de beneficios basado en ofertas de cantidad), para sistemas desacoplados en el tiempo. Serán investigadas algunas estrategias de oferta cuando los generadores termoeléctricos toman sus decisiones de manera de maximizar sus beneficios y serán comparados con un despacho de mínimo costo (competitivo), que tiene por objetivo minimizar los costos globales del sistema.

En el capítulo 4 trata el comportamiento de los participantes de un sistema hidrotérmico incorporando las decisiones de uso de agua de las centrales hidroeléctricas a través de la programación dinámica. En la primera parte se describe el funcionamiento de la coordinación hidrotérmica de mínimo costo, el dilema del operador de sistema para utilizar el agua, las consecuencias de sus decisiones y la técnica de solución empleada. Después se investiga como es que las Centrales hidro hacen sus ofertas de manera de maximizar su beneficio en un despacho descentralizado y se detalla como es que cambia la formulación para incluir el comportamiento estratégico del uso de agua para centrales hidroeléctricas con capacidad de almacenamiento en su embalse.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos. Cabe mencionar que todas las simulaciones usan como referencia el despacho de mínimo costo. El modelo desarrollado es probado con distintos parámetros (elasticidad en la demanda, aportaciones hidrológicas, etc.) para saber como es que afecta su funcionamiento, pero sobre todo en las variables de interés (precio spot, cantidad ofertada, etc.).

En el Capítulo 6 se estudian mecanismos para controlar el poder de mercado en un sistema hidrotérmico. Son presentadas distintas medidas mitigadoras para reducir la manipulación de precios, en particular, la utilización de niveles de contratación obligatorios. Se verifica el efecto que los diferentes niveles de contratación tienen sobre el comportamiento estratégico de centrales hidroeléctricas y de esta forma su eficiencia como mecanismo para reducir el poder de mercado. Se presentan las modificaciones al algoritmo de programación dinámica para incluir el efecto de contratos.

Finalmente en el capítulo 7 se exponen las principales conclusiones obtenidas de este trabajo. También se sugieren posibles desarrollos futuros a realizar a partir de este trabajo.

Capítulo 2 Competitividad Estratégica y Estructura de Mercado

En este capítulo se desarrolla el concepto de Teoría de Juegos así como los principales modelos oligopólicos que la utilizan. También se discute su aplicación en los Sistemas Eléctricos de Potencia.

2.1 Teoría de Juegos

¿Por qué tienden las empresas a coludir en unos mercados y a competir ferozmente en otros? ¿Cómo se las arreglan algunas empresas para disuadir a otras de entrar? ¿Y cómo deben tomar sus decisiones de precios las empresas cuando están cambiando las condiciones de demanda o de costos o están entrando nuevos competidores en el mercado? Para responder a estas preguntas, utilizaremos la teoría de los juegos. Se mostrará cómo puede utilizarse para comprender cómo evolucionan y actúan los mercados y cómo deben examinar los directivos de empresas eléctricas las decisiones estratégicas que han de tomar continuamente [2].

2.1.1 Introducción [33]

La teoría de juegos examina el comportamiento estratégico de jugadores que interactúan motivados por la maximización de la utilidad y que saben que los otros participantes son racionales. Su campo de aplicación es enorme y va desde la economía a la biología. La teoría de juegos comienza con trabajos de Zermelo (1913), quien muestra que juegos como el ajedrez son resolubles. Borel (1921) y Von Neumann (1959) en los años 20 estudian los equilibrios del tipo *minimax* en juegos de suma cero, es decir, juegos en los que lo que gana un jugador lo pierde su rival. Sin embargo, el primer avance importante ocurre en los años 40, con la publicación del libro sobre Teoría de juegos de Neumann y Morgenstern (1944) que divulgó una formalización general de juegos en su forma *extendida y normal*, introdujo el concepto de estrategia en juegos extensivos y propuso aplicaciones. En los años 50 hubo un desarrollo importante de estas ideas en Princeton, con Luce y Raiffa (1957), difundiendo los resultados en su libro introductorio, Shapley (1953) permitió establecer una forma de atacar los juegos cooperativos (es decir, aquellos en los que los jugadores pueden establecer contratos para actuar en forma mancomunada) y por fin Nash² (1950) quien definió el equilibrio que lleva su nombre, lo que permitió extender la teoría de juegos no-cooperativos más generales que los de suma cero. Durante esa época, el Departamento de Defensa de los EE.UU. fue el que financió las investigaciones en el tema, debido a que la mayor parte de las aplicaciones de los juegos de tipo suma-cero se concentraban en temas de estrategia militar.

² Harsanyi, Nash y Selten recibieron el premio Nobel de economía por sus contribuciones a la teoría de juegos.

2.1.2 Ejemplo de juegos

A continuación se presentan situaciones en las que se ha encontrado aplicación a la Teoría de Juegos:

1. El análisis de las negociaciones. Las negociaciones entre sindicato y empresa, por ejemplo, se pueden analizar como juegos en que las partes tratan de dividir el excedente de la empresa antes de pagar los salarios.
2. El análisis de las licitaciones. Las empresas y el Estado utilizan procesos de licitación para comprar o vender bienes y servicios. Es importante saber cuales son los mecanismos de licitación adecuados ante cada tipo de licitación y sus debilidades.
3. El comportamiento de las firmas ante la entrada de competencia. Las firmas pueden ser agresivas frente a la nueva competencia, reduciendo precios y aumentando el gasto publicitario o pueden acomodar la entrada, tratando de llegar a un entendimiento con la firma entrante.
4. Los juegos de atrición, en los que se evalúa la capacidad para resistir y que permiten evaluar la situación de defensa de un país.
5. Estrategias en comercio internacional. En el comercio internacional, los gobiernos protegen la producción nacional a costa de las empresas extranjeras, evaluando el costo que podría tener una posible reacción de los gobiernos extranjeros.
6. Análisis político. Las reglas electorales alteran las plataformas electorales de los candidatos y se pueden estudiar las consecuencias de distintos tipos de reglas. Un ejemplo en que las predicciones de los modelos teóricos se cumplieron es la segunda vuelta electoral del 2000 en EE.UU.
7. Evolución de las especies biológicas. Las especies que conocemos son el producto de un largo proceso de interacciones con otras especies. Los genes y la influencia de éstos sobre su comportamiento y características físicas hacen que individuos de una especie tengan distinta capacidad reproductora, con lo que los genes más exitosos en el juego reproductivo son los que sobreviven.

Sin embargo, es su aplicación en el estudio de oligopolios económicos, la que resulta de interés para esta investigación. En este trabajo se estudiaron juegos simultáneos no cooperativos y de información completa, debido a que se asemeja a la estructura de mercado que se quiere modelar, con ofertas únicas a una Bolsa de Energía y con suficiente información pública sobre costos reales de generación.

2.2 Equilibrio de Nash [2]

Un **juego** es una situación en la que los *jugadores* (los participantes) toman *decisiones estratégicas*, es decir, decisiones que tienen en cuenta las acciones y respuestas de los demás. Las decisiones estratégicas reportan **ganancias** a los jugadores: resultados que generan recompensas o beneficios.

Un objetivo clave de la teoría de juegos es averiguar la estrategia óptima para cada jugador. Una **estrategia** es una regla o plan de acción para jugar. La **estrategia óptima** para un jugador es la que maximiza su ganancia esperada.

Un juego simultáneo está compuesto por un conjunto de jugadores, cada uno de ellos tiene distintas opciones o cursos de acción alternativos, además cada opción tiene asociada un resultado o beneficio para cada jugador.

Existe un ejemplo clásico en la teoría de juegos llamado *dilema del prisionero*, que ilustra el problema al que se enfrentan las empresas oligopolísticas. Es el siguiente: dos prisioneros han sido acusados de cometer un delito. Se encuentran en celdas separadas y no pueden comunicarse entre sí. A cada uno se le pide que confiese. Si confiesan ambos, cada uno es condenado a cinco años de cárcel. Si no confiesa ninguno de los dos, es difícil demostrar la culpabilidad, por lo que los prisioneros pueden tratar de llegar a un acuerdo con el fiscal y conseguir una condena de dos años. En cambio, si confiesa uno de los prisioneros y el otro no, el que confiese sólo será condenado a una pena de un año, mientras que el otro será condenado a una pena de diez. ¿Qué hacer?

		Prisionero B	
		Confesar	No Confesar
Prisionero A	Confesar	-5 , -5	-1 , -10
	No confesar	-10 , -1	-2 , -2

Tabla 2.1 Matriz de pagos correspondiente al dilema del prisionero

Como muestra la tabla, estos prisioneros se encuentran ante un dilema. Si pudieran ponerse de acuerdo para no confesar (de una manera que fuera vinculante), los dos serían condenados solamente a dos años de cárcel. Pero no pueden comunicarse, y aunque pudieran, ¿podrían confiar el uno en el otro? Si el prisionero A no confiesa, corre el riesgo de que se aproveche de él su antiguo cómplice. Al fin y al cabo, *independientemente de lo que haga el prisionero A, el B sale ganando si confiesa*. Por lo tanto, ambos prisioneros confesarán probablemente y serán condenados a cinco años de cárcel.

Las empresas oligopólicas se encuentran a menudo en un dilema del prisionero. Deben decidir si compiten ferozmente, intentando capturar una cuota mayor del mercado a expensas de su competidora, o si *cooperan* y compiten más pasivamente, coexistiendo y conformándose con la cuota de mercado que tienen actualmente y quizá incluso coludiendo implícitamente. Si las empresas compiten pasivamente, fijando unos precios altos y limitando la producción, obtienen más beneficios que si compiten ferozmente³.

Por tanto podríamos deducir una definición para el equilibrio de Nash, la cual es:

Equilibrio de Nash: Cada empresa elige la mejor estrategia posible a la vista de lo que hacen las empresas competidoras.

2.3 Modelos oligopólicos

En algunas industrias oligopolísticas, las empresas cooperan, pero en otras compiten ferozmente, aun cuando eso signifique obtener menores beneficios. Para comprender por qué, es necesario ver como deciden las empresas oligopolísticas el nivel de producción y los precios. Estas decisiones son complejas, ya que cada empresa debe actuar *estratégicamente*: cuando toma una decisión, debe sopesar las reacciones probables de sus competidoras. Por lo tanto para comprender los mercados oligopolísticos, se introdujeron algunos conceptos básicos de la teoría de juegos y de las estrategias.

En los mercados oligopólicos, lo que importa es que sólo unas cuantas empresas producen la mayor parte o el total de la producción. Como sólo compiten unas cuantas empresas, cada una de ellas debe considerar detenidamente la influencia de sus actos en sus rivales, así como sus probables reacciones.

En realidad, en casi todas las grandes decisiones económicas que toma una empresa – la fijación del precio, la determinación de los niveles de producción, la realización de una gran campaña de promoción o la inversión en nueva capacidad de producción – se debe tratar de averiguar cuál será la respuesta más probable de sus competidoras. Por otra parte, las decisiones, las reacciones, las reacciones de las reacciones, etc. son dinámicas y evolucionan con el tiempo. Cuando los directivos de una empresa evalúan las posibles consecuencias de sus decisiones, deben suponer que sus competidoras son tan racionales e inteligentes como ellas. Entonces deben ponerse en el lugar de sus competidoras y considerar como reaccionarían.

³ Sin embargo, al igual que ocurre con los prisioneros, cada empresa tiene un incentivo para hacer trampa y cobrar un precio más bajo que el de sus competidoras y sabe que sus competidoras tienen los mismos incentivos. A pesar de lo deseable que es la cooperación, todas las empresas temen –por buenos motivos- que si compiten pasivamente, sus competidoras compitan ferozmente, llevándose la mejor parte del mercado.

2.4 Modelo de Cournot

El modelo Oligopólico de Cournot es uno de los más utilizados en la Teoría de Juegos, especialmente cuando se trata de Juegos no cooperativos, es decir, cuando los jugadores no colaboran entre sí y cada uno actúa según su propio beneficio.

Este modelo se basa en una serie de supuestos que definen el contexto en que interactúan los agentes.

2.4.1 Supuestos de Cournot

a) La variable estratégica es la cantidad

En un juego de Cournot, los jugadores sólo deben decidir cuánto producir. De esta forma, el precio es determinado por la combinación entre la curva de oferta agregada (suma de cantidades ofrecidas por todos los jugadores) y la curva de demanda del mercado.

b) Las empresas no reconocen su interdependencia mutua

Cada firma maximiza su utilidad con respecto a la cantidad ofrecida, considerando la cantidad producida por las demás empresas como fija. Es decir, los jugadores no reconocen la posibilidad que los demás modifiquen su decisión como respuesta a sus propias acciones.

c) Todos los jugadores poseen la misma información.

Se trata de un juego de información completa. Para el sistema eléctrico, esta información incluye el conocimiento de la curva de demanda del mercado y de las funciones de costos de producción de todos los jugadores. Este conocimiento tiene su justificación en que, a lo largo del tiempo, se ha tenido un extenso conocimiento del sistema.

2.4.2 Equilibrio de Nash-Cournot

Dados los supuestos antes mencionados, se tiene que cada firma i que busca maximizar sus utilidades se enfrenta a la siguiente función objetivo:

$$\text{Max}_{q_i} \{p(q_1, q_2, \dots, q_n) \cdot q_i - C_i(q_i)\} \quad (2.1)$$

donde q_i es la cantidad producida por la empresa i , $p_i(q_1, q_2, \dots, q_n)$ es el precio de despeje del mercado que depende de la cantidad producida por cada firma y C_i es la función de costos de la empresa i .

Las condiciones de equilibrio de primer orden, que se deducen para cada empresa i , son de la forma:

$$p(q_1, q_2, \dots, q_n) + q_i \cdot \left(\frac{dp}{dq_i} \right) - \frac{dC_i}{dq_i} = 0$$

Así se obtiene una ecuación (ecuación de reacción) para cada firma y se puede encontrar el equilibrio al resolver el sistema de n ecuaciones. En el siguiente capítulo se explica esta ecuación con un ejemplo y en el anexo B se hace la deducción de las ecuaciones.

2.4.3 Aplicación en Mercados Eléctricos

El modelo de Cournot es un modelo clásico en el estudio de todo tipo de mercados oligopólicos y ha sido ampliamente utilizado en los trabajos que se han llevado a cabo en el área. Se ha demostrado que el modelo de Cournot parece ser un apropiado punto de partida para el estudio de los mercados eléctricos. Algunos ejemplos de la utilización de este modelo se pueden observar en [22], [23], [25], [26], [27], [29], [30], [31], [32].

2.5 Modelo de Bertrand

Los supuestos de este modelo son similares al de Cournot (no se reconoce interdependencia de decisiones e información completa). La diferencia principal radica en que en este caso la variable estratégica no es la cantidad sino el precio. De este modo, cada firma determina el precio al que ofrece su producción de forma de maximizar sus utilidades. Además de agregarse el supuesto de que cualquier firma puede capturar el mercado completo ofertando a precios más bajos que sus competidores y que tiene capacidad de producción suficiente para cubrir esa demanda. Puesto que las firmas tienen costos marginales incrementales en un punto en el tiempo y puesto que las capacidades de generación representan restricciones significativas en mercados eléctricos, el equilibrio de Bertrand no es sustentable. Restricciones de capacidad en los generadores son significativas en mediano plazo – inversiones para aumentar capacidad, construir nuevas plantas – y en el corto plazo, en las cuales las plantas no están disponibles debido a mantenimientos y otras consideraciones de confiabilidad. De hecho, en el corto plazo, las restricciones de capacidad son más importantes, puesto que las inversiones de capacidad ya fueron hechas con anterioridad⁴. El comportamiento observado según este modelo es que en una situación de equilibrio, una firma podría disminuir ligeramente su precio que le permitiría captar una mayor porción o

⁴ Existe otra restricción significativa en la producción de una firma, la cual implica la asignación de unidades y el proceso de despacho. La mayoría de los generadores enfrentan restricciones sobre que tan rápido empiezan a tomar carga después de un paro total y qué tan rápido aumentan su generación una vez encendidos (rampas), esto causa dificultades en la generación que ellos quisieran proporcionar. Consecuentemente decisiones de cantidad con ajustes de precios para equilibrar el mercado parecen ser más representativas y no al contrario.

la totalidad del mercado, y por lo tanto, obtener mayores beneficios. Luego, si todos los jugadores actúan de esta forma, según este modelo, se alcanzarían niveles de precios competitivos (precio igual a costo marginal), incluso con dos empresas.

2.6 Poder de Mercado

En este apartado se presenta el problema de manipulación de mercado en sistemas desregulados. Se introduce el concepto de poder de mercado, las metodologías tradicionales para identificarlo y analizarlo.

2.6.1 Introducción

Una empresa productora en un mercado cualquiera posee poder de mercado cuando tiene capacidad de afectar el precio de este mercado independientemente de las decisiones tomadas por los demás participantes⁵.

En el sector eléctrico, el principal objetivo del ejercicio de poder de mercado es el aumento del precio *spot* y, por tanto, la remuneración obtenida por los generadores en el mercado mayorista, siendo la principal consecuencia la elevación de los costos operativos del sistema y los precios finales que pagan los consumidores.

A pesar de que el objetivo de esta tesis es el análisis del ejercicio del poder de mercado en el sector generación, el sistema de transmisión presenta también potencial para el ejercicio de poder de mercado en mercados eléctricos competitivos. Para una descripción más detallada, consultar referencia [30].

2.6.2 Medidas de Poder de Mercado

a) Índice HHI

Frecuentemente se utilizan índices de concentración para saber de la existencia de Poder de Mercado, siendo el más utilizado el HHI (Hirschmann-Herfindahl Index), estos tienen la ventaja de que pueden ser calculadas a priori, con sólo conocer la estructura del mercado. Este índice simplemente cuantifica la concentración del mercado.

El índice HHI se define como:

$$HHI = \sum_i (s_i)^2$$

⁵ El poder de mercado puede ser ejercido por una única empresa o de forma independiente por dos o más en forma simultánea. Cuando es ejercido en forma conjunta por varias empresas se dice que existe una *Colusión*, la cual tiene por objeto determinar en forma conjunta sus producciones.

Donde s_i es la participación de mercado de la empresa i (de 0 a 100).

Como lo estipula la FERC, se considera que es un mercado no concentrado si el valor es menor a 1000, moderadamente concentrado si el valor se sitúa entre 1000 y 1800, y altamente concentrado cuando el valor sobrepasa los 1800 puntos (si existiera condición de Monopolio el valor sería 10000).

b) Índice de Lerner

Para medir la intensidad del Poder de Mercado frecuentemente se utiliza la relación precio-costo marginal, también llamada índice de Lerner y que se define de la siguiente forma:

$$IL_i = \frac{p - CMg_i}{p}$$

Donde p es el precio de despeje del mercado y CMg_i es el costo marginal del productor i .

La hipótesis principal de la cual se basa el HHI es que el poder de mercado está directamente relacionado con el grado de concentración del mercado. Sin embargo el HHI es un índice estático que no captura los efectos dinámicos presentes en los productores de energía de un mercado de electricidad, por ejemplo, el escoger alguna estrategia de oferta y la consecuente capacidad de estos para alterar sus patrones de producción en relación con los de un mercado competitivo.

Una falla fundamental de los índices estáticos es el no reconocer que una empresa, o conjunto de empresas, puede alterar su producción de energía de manera de afectar el precio spot del mercado. Además de no poder representar el comportamiento del precio spot y de las ganancias de los agentes en los periodos en que una empresa estratégicamente altera su producción.

Además, los índices de concentración no incorporan ningún tipo de información sobre la elasticidad de la demanda: a) En mercados donde los consumidores pueden escoger entre consumir o no un producto, b) O cuando los productores al elevar demasiado su precio disminuyen sus ventas, c) De la misma forma, una empresa sabiendo que su producto es absolutamente necesario puede elevar los precios de una forma abusiva.

Índices de concentración como HHI son medidas bastante simples para capturar la naturaleza dinámica de los mercados de electricidad o el comportamiento simultáneo de los agentes.

2.6.3 Enfoque propuesto: Simulación del Comportamiento Estratégico

En este trabajo, para detectar y analizar el poder de mercado se usa el modelo oligopólico de Cournot, basado en la teoría de juegos, el cual simula el comportamiento estratégico de las empresas en el mercado eléctrico a través de un juego no cooperativo. La utilización de este modelo permite que se evalúe con precisión el impacto del comportamiento estratégico de los participantes sobre el precio spot del sistema, las remuneraciones, entre otras variables de interés. Además, en este modelo de simulación el poder de mercado puede ser evaluado directamente, y no ser inferido a partir de un índice de concentración simple y estático como el HHI.

El mecanismo de mercado es simulado a través de un juego: la primera empresa escoge su nivel de producción de forma de maximizar su beneficio, asumiendo conocidas las decisiones de las demás empresas. El proceso es repetido por cada empresa, que rehacen su decisión pero ahora con las decisiones actualizadas de las otras empresas, hasta alcanzar un equilibrio de Nash, en donde ninguna empresa tiene incentivos para cambiar su producción dada la oferta de los demás participantes.

Capítulo 3 Modelo Estático

3.1 Introducción

En general, un modelo estático es aquel que no incorpora la dimensión temporal de un problema, es decir, no considera las dependencias temporales que tienen las decisiones que se toman.

Este es un supuesto muy restrictivo para los mercados de generación eléctrica, ya que las decisiones que toman las centrales en el presente afectan sus posibilidades futuras. Esta dependencia se manifiesta en forma distinta dependiendo del tipo de centrales que se trata:

a) Unidades térmicas:

En las unidades térmicas la dependencia temporal se manifiesta principalmente en sus costos de encendido y apagado, en las rampas para aumentar o para disminuir generación y de sus tiempos mínimos de paro y funcionamiento.

b) Unidades hidroeléctricas:

En general, para las unidades hidroeléctricas de pasada no existe interconexión entre sus decisiones de una etapa a otra, ya que las alternativas que este tipo de centrales enfrenta son ocupar el agua para producir energía o simplemente dejarla correr río abajo.

Sin embargo, para las centrales hidroeléctricas de embalse, la dependencia temporal es fundamental, ya que las decisiones sobre el uso del agua que tienen almacenada afectarán fuertemente la posibilidad de generar en el futuro. Además se agrega el problema de la incertidumbre hidrológica, que agrega otra dimensionalidad al modelo.

En consecuencia, utilizar un modelo estático para simular el comportamiento de centrales térmicas para un horizonte de tiempo mensual es una simplificación razonable. Este modelo estático intentará predecir el comportamiento de las centrales térmicas en un mercado eléctrico basado en una Bolsa de Energía. A continuación se analizarán las distintas formulaciones del modelo estático a las que dan origen las tres estrategias que se consideran en este estudio: Competitiva, Juego por Unidades y Juego por Firmas.

3.2 Bases para la simulación del modelo estático

3.2.1 El Ingreso Marginal, el Costo Marginal y la Maximización de los beneficios.

Comencemos examinando la decisión de producción maximizadora de los beneficios de una empresa cualquiera, independientemente de que se encuentre en un mercado perfectamente competitivo o de que sea una empresa que puede influir en el precio. Dado que el beneficio es la diferencia entre el ingreso (total) y el costo (total), hallar el nivel de producción maximizador de los beneficios de la empresa significa analizar su ingreso. Supongamos que el nivel de producción de la empresa es q y que obtiene un ingreso I . Este ingreso es igual al precio del producto p multiplicado por el número de unidades vendidas: $I=p*q$. El costo de producción C también depende del nivel de producción. El beneficio de la empresa, Π , es la diferencia entre el ingreso y el costo:

$$\Pi(q) = I(q) - C(q) \quad (3.1)$$

Aquí mostramos explícitamente que Π , I , y C dependen de la producción (normalmente, omitimos este recordatorio).

Para maximizar los beneficios, la empresa selecciona el nivel de producción en el que mayor es la diferencia entre el ingreso y el costo. Algebraicamente los beneficios se maximizan en el punto en el que un incremento adicional de la producción no altera los beneficios (es decir, $\Delta\Pi / \Delta q = 0$):

$$\Delta\Pi/\Delta q = \Delta I/\Delta q - \Delta C/\Delta q = 0 \quad (3.2)$$

donde $\Delta I/\Delta q$ es el ingreso marginal (I_m): variación que experimenta el ingreso cuando se incrementa el nivel de producción en una unidad y $\Delta C/\Delta q$ es el costo marginal (C_m): es el costo correspondiente a una unidad adicional de producción.

Por tanto, llegamos a la conclusión de que los beneficios se maximizan cuando $I_m - C_m = 0$, por lo que:

$$I_m(q) = C_m(q) \quad (3.3)$$

La regla según la cual los beneficios se maximizan es cuando: el ingreso marginal es igual al costo marginal y es válida para todas las empresas, ya sean competitivas o no.

3.2.2 La demanda

Para simplificar la implementación del modelo se utilizaron curvas de demanda lineales para cada bloque mensual, es decir, de la forma

$$D(p) = q = -A \cdot p + B \quad (3.4)$$

donde p es el precio de la energía, $D(p)$ es la demanda eléctrica a ese precio, A y B son las constantes que definen la recta de la demanda.

Para determinar la recta de demanda para cada bloque mensual se utiliza un punto de referencia por el cual debe pasar la recta. Como la mayoría de los clientes de electricidad enfrentan un precio constante por ella, las rectas de demanda para cada mes se fijan suponiendo que a ese precio, llamado precio de referencia, la cantidad demandada es igual a la generación del sistema, que se llamará cantidad de referencia. De esta forma, para cada bloque mensual se tiene un punto por el cual debe pasar la recta. Luego, se considera que en ese punto de referencia, la demanda tiene una cierta elasticidad (parámetro del modelo), lo que determina una pendiente para la recta.

En resumen, para construir el modelo de demanda es necesario obtener, para cada bloque mensual, un precio de referencia (P_{ref}), una cantidad de referencia (Q_{ref}) y una elasticidad de la demanda (ε), con estos datos se determinarán los parámetros A y B que definen la recta de demanda, de la forma que se muestra a continuación:

$$A = \varepsilon \cdot \frac{Q_{ref}}{P_{ref}} \quad (3.5)$$

$$B = Q_{ref} \cdot (1 + \varepsilon) \quad (3.6)$$

donde se ha considerado que ε es el valor absoluto de la elasticidad precio de la demanda⁶, la que es siempre negativa.

En el Anexo A se da un repaso general a los conceptos necesarios para una adecuada interpretación de las variables utilizadas en el modelo de demanda.

⁶ La *elasticidad* mide la sensibilidad de una variable a otra. Por ejemplo, la *elasticidad-precio de la demanda* mide la sensibilidad de la cantidad demandada a las variaciones del precio

3.3 Estrategia Competitiva

Según esta estrategia, cada unidad generadora actúa del mismo modo que una firma tomadora de precio. Es decir, todas las unidades toman el precio como un dato, sobre el cual no tiene posibilidad de ejercer influencia alguna.

3.3.1 Formulación matemática

En esta estrategia las unidades generadoras se enfrentan al siguiente problema de optimización:

$$\text{Max}_{q_i} \text{Ganancia} = \{p \cdot q_i - C_i(q_i)\} \cdot s_i \quad 7 \quad (3.7)$$

$$\text{s.a.} \quad q_{\min_i} \cdot s_i \leq q_i \leq q_{\max_i} \cdot s_i \quad (3.8)$$

donde p es el precio de mercado de la energía (fijo), q_i es la cantidad producida (ofrecida) por la unidad i , $C_i(q_i)$ es el costo incurrido por la unidad i para producir la cantidad q_i , s_i es una variable de decisión binaria que toma valor 1 si la unidad i decide producir energía y valor 0 en caso contrario y q_{\min_i} y q_{\max_i} representa los límites técnicos de generación de la central i en caso que haya decidido producir energía.

Como se discutió anteriormente, la demanda por energía eléctrica está dada por la ecuación:

$$D(p) = q = -A \cdot p + B \quad (3.9)$$

Donde A y B son los parámetros de la ecuación de la recta.

3.3.2 Metodología de solución

El problema de maximización representado por (3.7) y (3.8) es uno de optimización mixta ya que tiene variables de decisión reales, q_i , y enteras, s_i . Sin embargo, esto puede simplificarse fácilmente, analizando por separado el caso cuando la variable binaria vale 1 y cuando vale 0.

Luego, considerando el precio p como un dato de entrada, pueden considerarse los siguientes casos para cada unidad:

a) $s_i = 1$

⁷ La variable q_i que aparece escrita como subíndice de la expresión *Max* quiere decir que la maximización se realiza con respecto a dicha variable.

De esta forma, para la unidad i y suponiendo que $s_i = 1$, se puede resolver el problema sin variables enteras. Aplicando la condición de optimalidad de primer orden a la función objetivo (3.7), se obtiene:

$$p - \frac{dC_i(q_i)}{dq_i} = 0 \quad (3.10)$$

Despejando a p se obtiene

$$p = Cm(q_i) \quad (3.11)$$

Donde $Cm(q_i)$ es el costo marginal de la central i de producir una unidad adicional q_i .

De la expresión (3.11) es posible determinar el valor óptimo de q_i para cualquier valor de p . Nótese que dicha cantidad es tal que el costo marginal de producirla es igual al precio del mercado.

A continuación, debe verificarse si el nivel de generación óptimo determinado, q_i^* , respeta los límites operativos de generación fijados por (3.8), de no ser así, esta cantidad debe corregirse y llevarse al límite respectivo. Por último, se calcula la ganancia para la unidad, evaluando las variables respectivas en la función objetivo (3.7).

b) $s_i = 0$

Este caso es muy simple, ya que $s_i = 0$ quiere decir que la unidad i decide no producir energía ($q_i = 0$), por lo tanto su ganancia es cero.

Finalmente, se compara la ganancia obtenida en a) y en b) y se elige el mayor. Como la ganancia en b) es siempre cero, entonces si la ganancia calculada en a) es positiva, la unidad debe producir la cantidad q_i^* ahí determinada, pero si es negativo, dicha unidad no producirá energía.

El proceso completo puede resumirse como se muestra en la Figura 3.1. En ella se aprecia que para cualquier valor que tome el precio se puede calcular la cantidad óptima a producir por cada unidad, luego estas cantidades pueden sumarse dando origen a la oferta agregada óptima.

En la figura se muestra también, en forma resumida, el mecanismo antes descrito para calcular la cantidad a producir por cada central: primero se determina un valor inicial para q_i^* que es el que satisface la condición (3.11), luego se corrige si este excede los límites técnicos de operación de la unidad y, por último, se revisa si la ganancia es positiva, ya que en caso contrario la producción de la central será nula. Sin embargo es importante mencionar que el algoritmo permite participar a generadores inclusive con ganancia cero.

De esta forma, considerando todo el rango posible de precios, puede construirse la curva de oferta agregada de todas las firmas térmicas. Luego es posible encontrar el equilibrio, simplemente interceptando esta curva de oferta agregada con la demanda mostrada en (3.9). Una vez calculado el precio de equilibrio, p^* , se puede determinar la producción óptima definitiva de cada una de las centrales, q_i^* , repitiendo el proceso ilustrado en la figura 3.1.

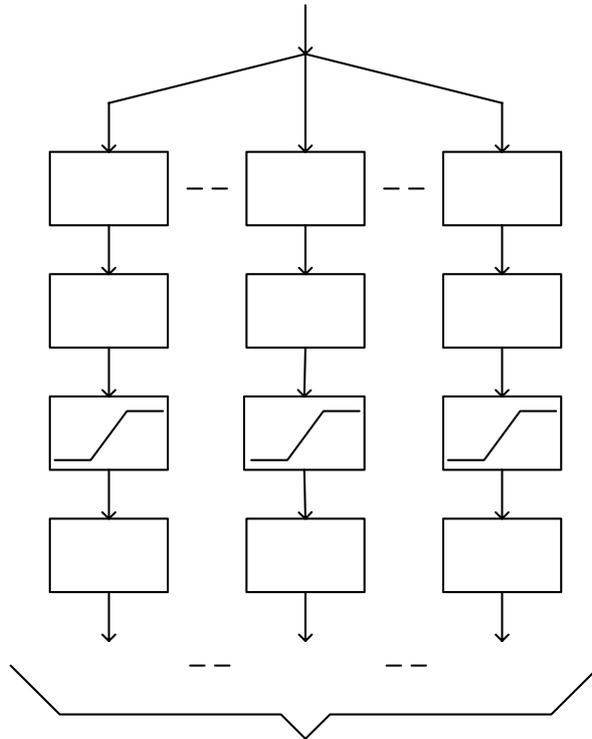


Figura 3.1 Proceso para construir la oferta agregada de plantas térmicas

Unidad 1

3.3.3 Ejemplo

A continuación se presenta un ejemplo muy simple que ilustra el comportamiento de las centrales térmicas bajo esta estrategia.

El ejemplo consta de tres centrales térmicas sin límites operativos y con función de costo cuadrático, que se enfrentan a una demanda lineal por energía [3].

Tabla 3.1 Datos de la demanda – ejemplo modelo estático

Parámetro	Precio de referencia [\$ / MWh]	Potencia de referencia [MW]	Elasticidad de la Demanda
Valor	9.0	1400	-0.4

Haciendo uso de las ecuaciones (3.5) y (3.6) la ecuación de demanda queda:

$$q=1960 - 62.2 \cdot p \tag{3.12}$$

Tabla 3.2 Costos de las Centrales Térmicas

$C_i(q_i) = a \cdot q^2 + b \cdot q + c$	a	b	c
Generador 1	0.00753	2.6998	636.46
Generador 2	0.00890	3.8260	1169.88
Generador 3	0.00906	2.4435	590.75

Siguiendo la metodología antes descrita es necesario encontrar, para cada central, el valor de q_i que cumpla con la condición (3.11). Debido a que se trata de unidades con costos cuadráticos esta expresión puede transformarse en:

$$p = 2a_i \cdot q_i + b_i \tag{3.13}$$

Que al despejar dicha ecuación para saber qué cantidad debe producir la central i , nos queda la siguiente expresión:

$$q_i^* = \frac{p - b_i}{2a_i} \tag{3.14}$$

Luego, como se observa en (3.14), para cualquier unidad es posible encontrar una expresión que determina la cantidad óptima a producir para cada nivel de precio. Sumando estas expresiones para todas las unidades se obtiene la oferta agregada óptima:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = B - A \cdot p \tag{3.15}$$

En esta tabla se presentan las cantidades óptimas que debe generar cada unidad según la ecuación (3.14).

Tabla 3.3 Resultados, Estrategia competitiva

Variable	p [\$/MWh]	q_1 [MW]	q_2 [MW]	q_3 [MW]
Valor	10.4	509.4	367.7	437.5

También se presenta un gráfico en donde se muestra la solución para una mejor interpretación.

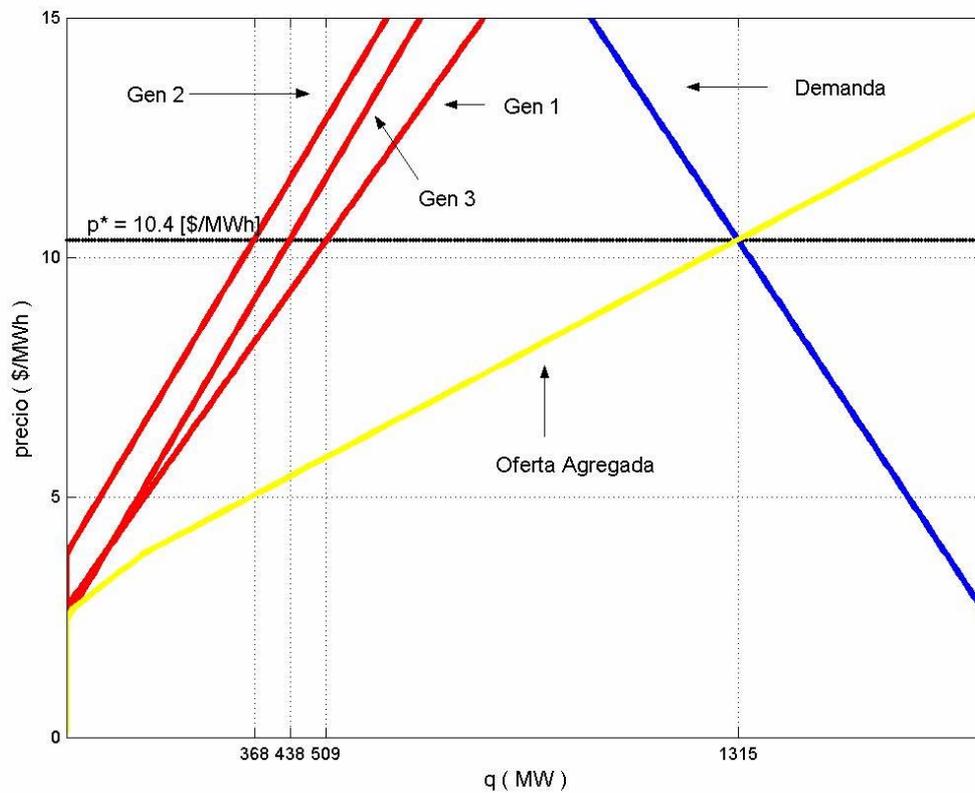


Figura 3.2 Resultado Grafico para la Estrategia Competitiva

Una de las ventajas de obtener resultados gráficos es la rápida interpretación de resultados, por ejemplo se aprecia que los generadores que optan por una estrategia competitiva (price takers) van a producir tanto como sus costos marginales se lo permitan, es decir, el precio del mercado determinará cuanto producir.

3.4 Estrategia de Juego por Unidades

En este caso, cada unidad generadora actúa estratégicamente en forma independiente buscando maximizar su propio beneficio individual, utilizando el modelo de Cournot.

3.4.1 Formulación matemática

Cada unidad generadora se enfrenta al siguiente problema de optimización:

$$\text{Max}_{q_i} \quad \text{Ganancia} = \{p(q_i) \cdot q_i - C_i(q_i)\} \cdot s_i \quad (3.16)$$

$$\text{s.a:} \quad q_{\min_i} \cdot s_i \leq q_i \leq q_{\max_i} \cdot s_i \quad (3.17)$$

Estas expresiones son casi idénticas a las observadas en la estrategia competitiva (3.7) y (3.8). La diferencia radica en que, en este caso, el precio no es fijo, sino que depende de la cantidad producida por la central q_i . Es decir, las unidades generadoras reconocen que tienen la posibilidad de influir unilateralmente en el precio de la energía.

La expresión que relaciona las cantidades producidas por cada central q_i con el precio p es la demanda residual para el conjunto de unidades estratégicas, la cual se presenta a continuación:

$$D_r(p) = \sum_i q_i = D(p) - O'(p) = -A \cdot p + B - O'(p) \quad (3.18)$$

De donde a $O'(p)$ se le conoce como oferta agregada de las firmas tomadoras de precio y esta se obtiene de sumar la cantidad ofrecida para cada una de estas firmas para cada nivel de precio. La única información externa que consideran las firmas tomadoras de precio para determinar su producción es, como su nombre lo indica, el precio. Por lo tanto, para considerar el efecto de estas firmas es suficiente con restar su producción de la demanda total del sistema, es decir, calcular la demanda residual que enfrentan las firmas estratégicas.

3.4.2 Metodología de solución (Método Iterativo)

En este caso se presenta una dificultad adicional para encontrar la solución: los problemas de maximización no pueden resolverse en forma desacoplada para cada unidad como en la estrategia competitiva, debido a que el precio en la expresión (3.16) es función de todas las cantidades q_i que producen las centrales. Además, en general, la relación (3.18) no es invertible, debido a $O'(p)$, por lo que no puede encontrarse una expresión analítica para el precio en función de las cantidades producidas.

Para poder solucionar el problema se utilizó un algoritmo iterativo propuesto por Borenstein, Bushnell y Knittel [4] [27], el cual se ilustra en la Figura 3.3. Este algoritmo se describe en los siguientes pasos:

a) Inicio

Al comienzo del algoritmo se fijan todas las cantidades q_i en cero, es decir, inicialmente nadie produce energía.

b) Primera iteración

En ella cada unidad estratégica determina su nivel óptimo de generación q_i^* en forma desacoplada, suponiendo que la generación de las demás unidades es constante. Primero lo hace la unidad estratégica número 1 (suponiendo que ninguna otra produce energía), luego lo hace la segunda (conociendo sólo la generación de la primera unidad), luego la número tres (conociendo la generación de las dos anteriores) y así sucesivamente, hasta la última unidad. Esta iteración tiene la particularidad de que inicialmente las cantidades q_i son cero, lo que no ocurre el resto de las iteraciones.

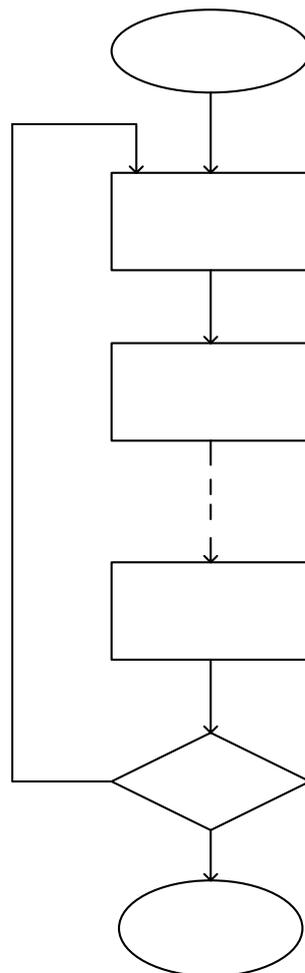


Figura 3.3 Proceso iterativo para resolver el modelo estático de juego por unidades

c) Otras iteraciones

Cada unidad estratégica determina su nivel óptimo de generación q_i^* en forma desacoplada, al igual que en la primer iteración. Pero en esta ocasión, la primera unidad ya conoce la generación de todas las otras centrales, por lo que su oferta puede ser muy distinta a la observada en la primera iteración, de igual modo, el resto de las unidades también conocen la generación de todas las demás y no sólo de aquellas que están antes en esa iteración.

d) Convergencia

Las iteraciones deben continuar hasta que ninguna central tenga incentivos para cambiar su nivel de generación dada la oferta de las demás unidades, lo que representa, por definición, un equilibrio de Nash. En la práctica, el proceso termina cuando la diferencia entre las ofertas observadas entre una iteración y la anterior es menor a un cierto nivel de tolerancia, ya que de otro modo se podría seguir el proceso infinitamente con cambios infinitesimales en las cantidades. Cuando se produce la convergencia se tiene un valor de equilibrio para el precio de mercado p^* y para cada una de las cantidades producidas q_i^* .

La Figura 3.3 muestra que, en todas las iteraciones, cada unidad debe resolver su propio problema de maximización de ganancia. Dicho problema es similar al definido previamente por las expresiones (3.16), (3.17) y (3.18), con la diferencia de que la generación de las demás unidades térmicas se supone conocida a priori por la central. De este modo, el problema de optimización, para cada unidad se transforma en:

$$\text{Max}_{q_i} \quad \text{Ganancia} = \{p(q_i) \cdot q_i - C_i(q_i)\} \cdot s_i \quad (3.19)$$

$$\text{s.a:} \quad q_{\min_i} \cdot s_i \leq q_i \leq q_{\max_i} \cdot s_i \quad (3.20)$$

$$D_i(p) = q_i = D_r(p) - \sum_{k \neq i} q_k(p) = -A \cdot p + B - O^t(p) - \sum_{k \neq i} q_k \quad (3.21)$$

Donde $D_i(p)$ representa la demanda residual que observa la unidad térmica estratégica i y consiste en la demanda residual para el total de centrales estratégicas $D_r(p)$ menos la generación conocida y constante de todas las demás unidades estratégicas.

El problema representado por (3.19), (3.20) y (3.21) es desacoplado y puede resolverse por separado para cada unidad generadora como se plantea en el proceso iterativo. Al igual que en el caso de la estrategia competitiva, el problema puede simplificarse suponiendo inicialmente que $s_i = 1$, luego se resuelve sin variables enteras y finalmente se estudia el caso cuando $s_i = 0$. De esta forma, el problema se soluciona mediante los siguientes pasos:

a) $s_i = 1$

En este caso, para determinar la producción óptima para la unidad i debe aplicarse la condición de optimalidad de primer orden a la función objetivo de (3.19), así se obtiene:

$$p(q_i) + q_i \cdot \frac{\partial p}{\partial q_i} - \frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i} = 0 \quad (3.22)$$

La ecuación (3.22) presenta una nueva dificultad: calcular la derivada del precio. La expresión (3.21) relaciona el precio con la cantidad, pero ésta no es invertible, debido a $O'(p)$, menos aún puede calcularse la derivada del precio. Para evitar esta dificultad pueden estudiarse por separado los rangos de precios en los cuales dicha relación (3.21) es efectivamente invertible y diferenciable. Estos rangos pueden ser encontrados fácilmente por inspección y dependerán de la forma de $O'(p)$. De este modo, puede determinarse una cantidad óptima q_i^* en cada rango de precios y luego seleccionar aquella que reporta la mayor ganancia.

Antes de seleccionar el nivel q_i^* que implica mayores ganancias, debe verificarse que éste respeta los límites técnicos de generación fijados por (3.20), de no ser así, esta cantidad debe corregirse y llevarse al límite respectivo. Por último, se calcula el beneficio para la unidad, con el valor de q_i^* seleccionado.

b) $s_i = 0$

Nuevamente $s_i = 0$ quiere decir que la unidad i decide no producir energía, por lo que su beneficio es nulo.

Por lo tanto, al igual que para la estrategia competitiva, si el beneficio calculado en a) es positivo, la decisión óptima de la unidad es producir la cantidad q_i^* , pero si es negativo, dicha unidad no producirá energía.

3.4.3 Metodología de solución (Método Directo)

Existe una forma alternativa de dar solución al problema, esta consiste en deducir la curva de reacción de cada participante y construir un sistema de ecuaciones que pueden resolverse con mayor facilidad. El sistema de ecuaciones que se obtendría es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} 2\left(a_1 + \frac{1}{A}\right) & \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & K & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{A} & 2\left(a_2 + \frac{1}{A}\right) & \frac{1}{A} & K & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & 2\left(a_3 + \frac{1}{A}\right) & L & \frac{1}{A} \\ M & M & M & O & M \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & L & 2\left(a_n + \frac{1}{A}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ M \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B}{A} - b_1 \\ \frac{B}{A} - b_2 \\ \frac{B}{A} - b_3 \\ M \\ \frac{B}{A} - b_n \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Las variables que componen el sistema de ecuaciones 3.24 son conocidas, los parámetros de la curva de demanda son constantes (B, A) , los parámetros de cada generador no cambian (a_i, b_i) . Las consideraciones necesarias para llegar a este sistema de ecuaciones se presentan en el Anexo B con ejemplos, comparaciones entre el método directo y el método iterativo.

3.4.4 Ejemplo

A continuación se presenta un ejemplo que muestra el comportamiento de las centrales térmicas bajo esta estrategia y la efectividad del algoritmo propuesto para su solución.

El ejemplo consta de las mismas tres centrales térmicas presentadas en la estrategia competitiva, enfrentando una demanda lineal por energía idéntica al caso anterior. Es decir, los datos de la demanda y de los costos son los mismos que se presentaron anteriormente en las tablas 3.1 y 3.2, la única diferencia radica en el comportamiento estratégico de las centrales térmicas.

Por tratarse de un ejemplo sencillo, sin unidades tomadoras de precio ni límites técnicos de generación, en este caso la expresión (3.18) puede ser invertida. Por lo tanto, el problema de optimización puede ser resuelto como un sistema de tres ecuaciones (Método Directo), donde cada ecuación representa la condición de optimalidad de primer orden de la respectiva central. De esta forma, se pueden determinar las cantidades óptimas a ofrecer por cada unidad y el precio de mercado resultante, estos valores se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4 Resultados, Estrategia de Juego por Unidades.

Variable	p [\$/MWh]	q_1 [MW]	q_2 [MW]	Q_3 [MW]
Valor	14.6	381.4	317.2	354.7

A pesar de tratarse de un ejemplo con los mismos datos que el presentado en la estrategia competitiva, el precio de la energía resultó ser un 40% superior para este caso. Esto se explica debido a que las centrales ejercen poder de mercado para maximizar sus ganancias.

Aunque este ejemplo pudo ser resuelto directamente, resulta de interés utilizar el algoritmo iterativo desarrollado, para comprobar que se obtienen los mismos resultados y para poder apreciar su convergencia.

De este modo, puede resolverse el mismo problema de optimización en forma iterativa, tal como se muestra en la Figura 3.3. Los resultados obtenidos en cada iteración se muestran en la Tabla 3.5.

Como se aprecia en la Tabla 3.5, los resultados logrados mediante el algoritmo iterativo son idénticos a los que se obtuvieron directamente con el sistema de ecuaciones. Además se observa que la convergencia fue lograda rápidamente, ya que sólo se necesitaron 6 iteraciones.

A pesar que, según lo observado en este ejemplo, este algoritmo iterativo pareciera garantizar la convergencia y la localización del óptimo global, esta aseveración no puede ser formulada a priori en ejemplos más complejos. Sin embargo, el algoritmo iterativo propuesto garantiza que siempre que se produzca la convergencia, el resultado obtenido es un equilibrio de Nash, debido al método de búsqueda que se efectúa.

Tabla 3.5 Resultados, Estrategia de Juego por Unidades- utilizando algoritmo iterativo.

Iteración	q_1 [MWh]	q_2 [MWh]	q_3 [MWh]
0	0	0	0
1	610.1	357.7	268.6
2	396.8	339.9	342.4
3	377.7	322.3	354.2
4	379.7	317.9	355.0
5	381.0	317.2	354.8
6	381.4	317.2	354.7

3.5 Estrategia de Juego por Firmas

En este caso son las firmas las que buscan maximizar sus beneficios totales. Es decir, las unidades pertenecientes a una misma firma actúan estratégicamente en conjunto, según el modelo de Cournot, buscando maximizar el beneficio total de la firma a la que pertenecen.

3.5.1 Formulación Matemática

Por lo tanto, cada firma j se enfrenta al siguiente problema de optimización:

$$Max_{q^{(*,j)}} Beneficio = \sum_{i=1}^{n_j} \left\{ \left(q_{(i,j)} \cdot s_{(i,j)} \right) \cdot p(Q_j) - C \left(q_{(i,j)} \right) \cdot s_{(i,j)} \right\} \quad (3.24)$$

$$s.a: \quad Q \min_{(i,j)} \cdot s_{(i,j)} \leq q_{(i,j)} \leq Q \max_{(i,j)} \cdot s_{(i,j)} \quad \forall i = 1, K, n_j \quad (3.25)$$

donde Q_j es el nivel total de generación de la firma j y n_j es el número de unidades pertenecientes a la firma j .

Estas expresiones tienen una estructura similar a la mostrada en (3.16) y (3.17) como la estrategia de juego por unidades. Pero en este caso, se agrega una segunda dimensionalidad a cada variable, que representa la pertenencia de esta a alguna firma. De esta forma, la variable $q_{(i,j)}$ representa la cantidad producida por la unidad i de la firma j , de similar modo se interpretan las variables $s_{(i,j)}$, $Q \min_{(i,j)}$, $Q \max_{(i,j)}$.

Al igual que el caso de juego por unidades, la demanda residual a que se enfrentan las firmas estratégicas plantea una única relación entre el precio y todas las cantidades generadas por las firmas, por lo tanto, no es posible resolver el problema en forma desacoplada para cada firma. En este caso, esta relación se puede escribir de la siguiente forma:

$$D_r(p) = \sum_j \sum_{i=1}^{nj} q(i, j) = \sum_j Q_j = D(p) - O^t(p) = -A \cdot p + B - O^t(p) \quad (3.26)$$

3.5.2 Metodología de solución (Método Directo)

Existe una forma directa de solucionar este problema, al construir curvas de reacción, pero en lugar de hacer por cada unidad se hace por firma dando lugar al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 2\left(a_1 + \frac{1}{A}\right) & \frac{2}{A} & \frac{1}{A} & K & \frac{1}{A} \\ \frac{2}{A} & 2\left(a_2 + \frac{1}{A}\right) & \frac{1}{A} & K & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & 2\left(a_3 + \frac{1}{A}\right) & L & \frac{1}{A} \\ M & M & M & O & M \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & L & 2\left(a_n + \frac{1}{A}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ M \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B}{A} - b_1 \\ \frac{B}{A} - b_2 \\ \frac{B}{A} - b_3 \\ M \\ \frac{B}{A} - b_n \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Una diferencia importante al obtener este sistema de ecuaciones es que para indicar pertenencia entre unidades de una misma firma, las celdas fuera de la diagonal principal toman un valor característico que se repite con las otras unidades pertenecientes a la misma firma. Por ejemplo se aprecia que la unidad 1 y 2 pertenecen a una misma firma.

3.5.3 Ejemplo

A continuación se presenta un ejemplo que muestra el comportamiento de las firmas poseedoras de centrales térmicas bajo esta estrategia.

El ejemplo está compuesto por las mismas centrales térmicas presentadas en las estrategias anteriores, que enfrentan la misma demanda. Es decir, nuevamente los datos de la demanda y de los costos son los mismos presentados en las tablas 3.1 y 3.2. Sin embargo, en esta oportunidad se ha considerado que las centrales 1 y 2 pertenecen a una misma firma y la central número 3 es propiedad de una firma distinta.

Cabe mencionar que este ejemplo es muy sencillo, donde pueden invertirse la expresión que relaciona el precio con las cantidades, en este caso la expresión (3.26). Por lo tanto, el problema de optimización puede ser resuelto por un sistema de ecuaciones de tres incógnitas (método directo), donde cada ecuación representa la condición de optimalidad de primer orden. De este modo, se puede determinar las cantidades óptimas a ofrecer por cada unidad y el precio de mercado resultante, estos valores se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3.6 Resultados, Estrategia de Juego por Firmas - utilizando solución directa

Variable	p [\$/MWh]	q_1 [MW]	q_2 [MW]	Q_3 [MW]
Valor	16.3	326.9	213.3	405.4

3.6 Comparativo de Estrategias

En este apartado se compararan las estrategias hasta ahora estudiadas, en donde se analizarán las diferencias existentes en cada método y como es que las principales variables de interés cambian.

Estrategia Competitiva: Según esta estrategia, cada unidad generadora actúa del mismo modo que una firma tomadora de precio. Es decir, todas las unidades toman el precio como un dato, sobre el cual no tiene posibilidad de ejercer influencia alguna.

Juego por Unidades: En este caso, cada unidad generadora actúa estratégicamente en forma independiente buscando maximizar su propio beneficio individual, utilizando el modelo de Cournot (Figura 3.4).

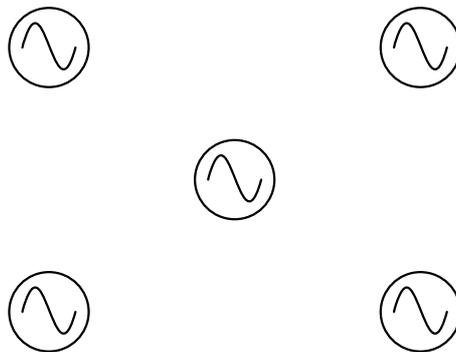
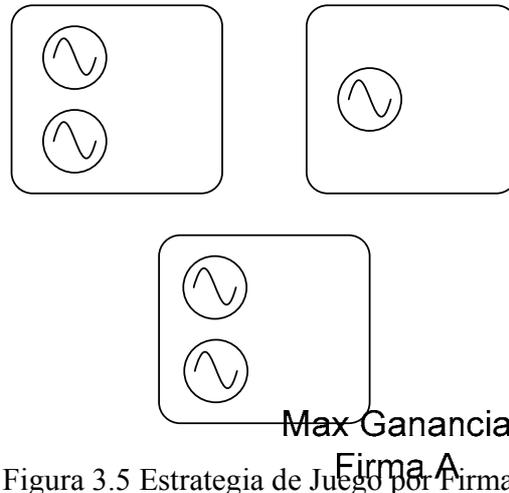


Figura 3.4 Estrategia de Juego por Unidades

Juego por Firmas: En este caso son las firmas las que buscan maximizar sus beneficios totales. Es decir, las unidades pertenecientes a una misma firma actúan estratégicamente en conjunto, según el modelo de Cournot, buscando maximizar el beneficio total de la firma a la que pertenecen (Figura 3.5).



Unidad 1

Figura 3.5 Estrategia de Juego por Firmas

3.6.1 Resultados

Unidad 2

En la tabla 3.7 se muestran los precios obtenidos en cada estrategia, la cantidad ofertada y la remuneración obtenida:

Tabla 3.7 Comparación de Resultados ante diferentes estrategias

Estrategia	P [\$/MWh]	q_T [MW]	Π_T [\$/h]
Competitiva	10.4	1314.6	2494.8
Juego por Unidades	14.6	1053.3	6710.6
Juego por Firmas	16.3	945.6	7628.6

En las siguientes figuras se muestran estos valores en forma gráfica:

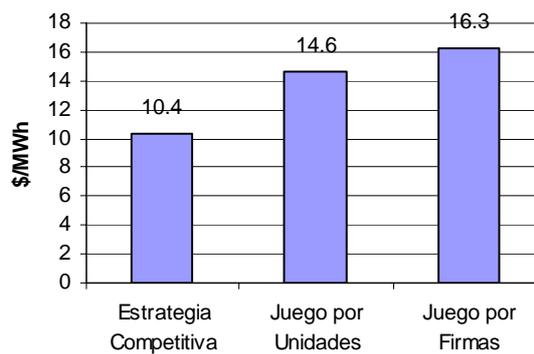


Figura 3.6 Comparativo de precios spot con diferentes estrategias

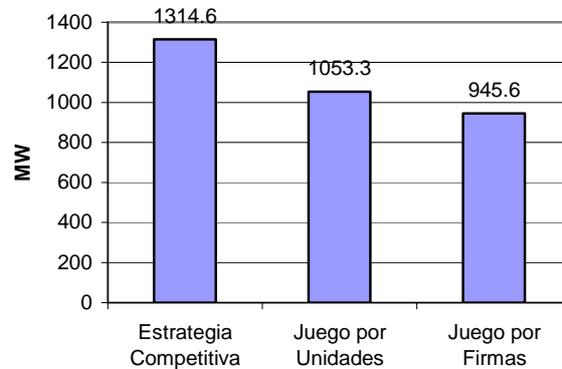


Figura 3.7 Comparativo de cantidades ofertadas con diferentes estrategias

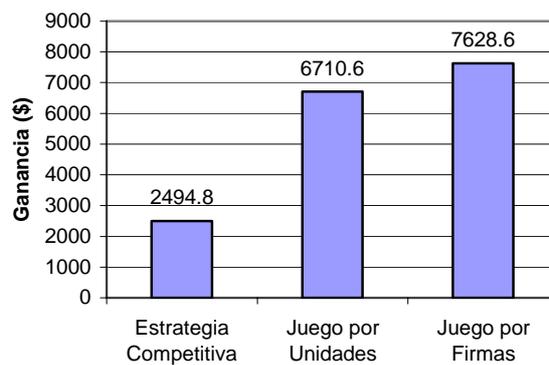


Figura 3.8 Comparativo de Beneficios obtenidos con diferentes estrategias.

Para este ejemplo en particular, el precio de la energía en la estrategia de Juego por Firmas resultó ser un 56% superior al observado en la estrategia competitiva y un 12% mayor al obtenido en la estrategia de juego por unidades. Esto se debe a que nuevamente las centrales ejercen poder de mercado para maximizar sus beneficios, pero esta vez en la estrategia de Juego por firmas es aún mayor, ya que dos de ellas pertenecen a un mismo dueño y, por tanto, actúan coordinadamente.

También se aprecia que la cantidad ofertada disminuye y los beneficios aumentan al pasar de una estrategia competitiva a una estrategia de juego por firmas. Esto tiene su explicación en los costos sociales del poder de mercado los cuales se explican en el anexo A.

Capítulo 4 Modelo Dinámico

En este capítulo se detalla la formulación del modelo dinámico, con el que se simula el comportamiento de las centrales hidroeléctricas. También se describe el modo en que este modelo utiliza el modelo estático descrito en el capítulo anterior. Primero se analiza el problema de despacho a mínimo costo y luego las tres estrategias posibles que enfrentan las unidades de Cournot: competitiva, juego por unidades y juego por firmas.

4.1 Introducción

Uno de los elementos principales de las centrales hidroeléctricas es que tienen la posibilidad de usar la capacidad de almacenamiento de sus embalses y, de este modo, transferir energía entre distintos periodos de tiempo, en futuras etapas. Esta característica implica un acoplamiento de las decisiones operativas de una etapa y las consecuencias futuras de dicha decisión.

4.2 Modelo de Mínimo Costo

Como una primera aproximación a un modelo dinámico se analizará el problema clásico de despacho hidrotérmico a mínimo costo. En este problema se puede apreciar el acoplamiento de las decisiones operativas de las centrales hidroeléctricas. Si se usa el agua para producir energía hoy puede ser que en el futuro sea necesario generar con unidades térmicas caras, por otro lado, si se mantienen niveles altos de almacenamiento es posible que luego se desperdicie el agua, aumentando los costos operativos totales.

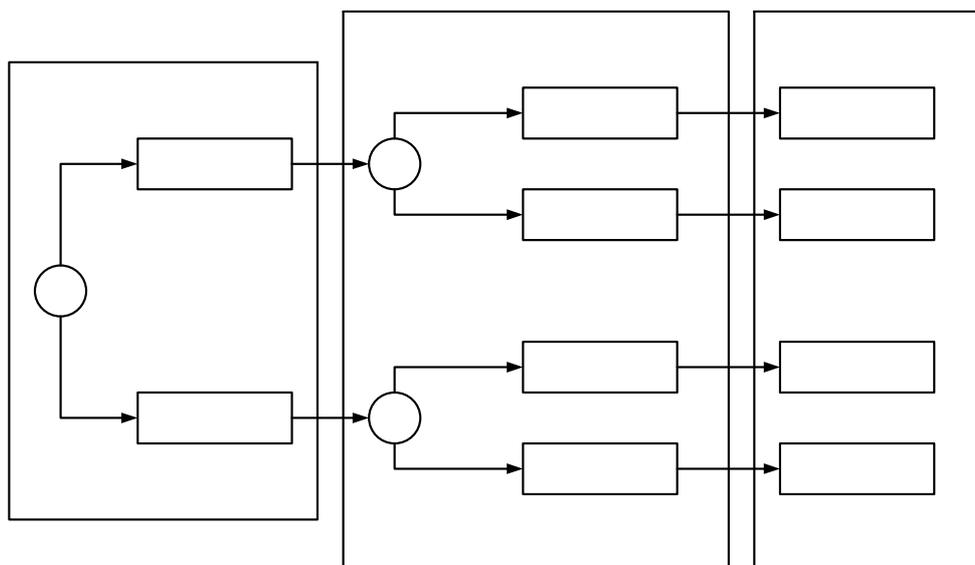


Fig. 4.1 Toma de decisiones en Sistemas Hidrotérmicos

4.2.1 Costos Inmediatos y Costos Futuros

El operador de un sistema hidrotérmico debe comparar el beneficio inmediato que le significa utilizar una mayor cantidad de agua para producir energía, con el beneficio futuro obtenido de almacenarla. Estos beneficios pueden medirse en términos de la generación térmica que desplazan, es decir, el ahorro en los costos de combustible de las centrales térmicas. Este “tradeoff” al que se ve expuesto el operador se puede observar en la figura 4.1.

La función de costos inmediatos (FCI) mide los costos de la generación térmica en una etapa específica. En la figura 4.1 se aprecia que estos costos aumentan en la medida que se almacena una mayor cantidad de agua, y disminuyen cuando se utiliza una mayor cantidad de agua en esa etapa.

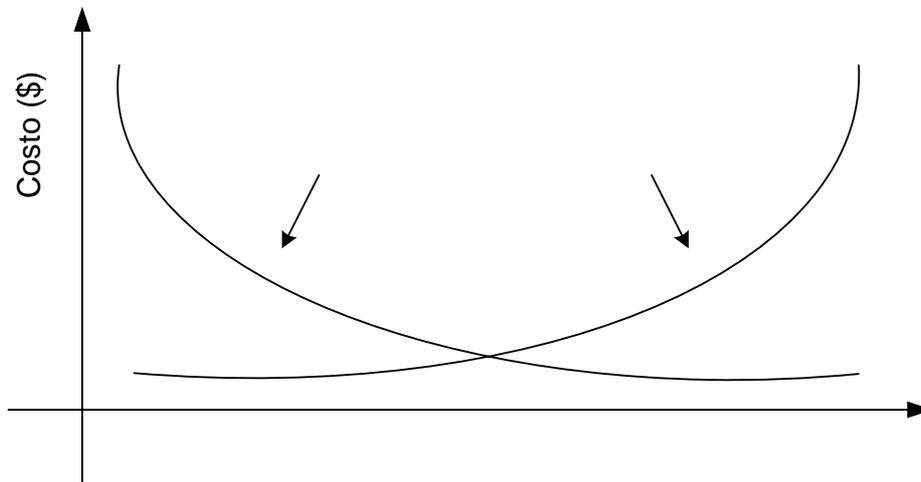


Figura. 4.1 Costos Inmediatos y Costos Futuros versus Nivel de almacenamiento

Por su parte, la función de costos futuros (FCF) refleja los costos esperados de generación térmica y racionamiento, desde la etapa siguiente hasta el final del horizonte de estudio. En la figura 4.1 se puede observar que esta función se comporta en forma inversa a los costos inmediatos, es decir, que en la medida que aumenta el almacenamiento de agua, los costos futuros disminuyen, ya que se dispone de más energía hidroeléctrica para el futuro.

4.2.2 Decisión Óptima del Operador

La decisión óptima del operador del sistema es aquella que minimiza los costos totales de operación, es decir, los costos inmediatos más los futuros, tal como se muestra en la figura 4.2.

Costo Futuro
de Operación

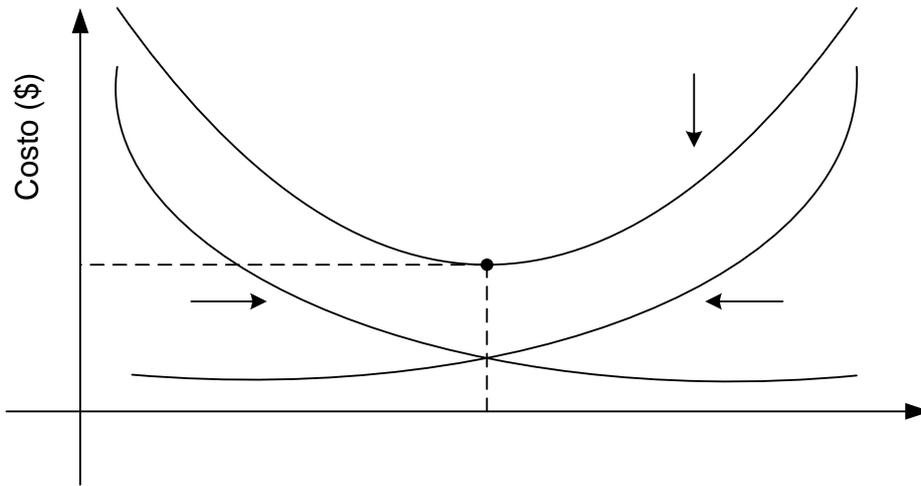


Figura. 4.2 Uso óptimo del agua.

Esta decisión óptima supone escoger un cierto nivel de almacenamiento, lo que a su vez implica utilizar una cierta cantidad de agua en esa etapa. En el punto óptimo, la derivada de la función de costos totales (FCF+FCI) es cero, por lo tanto, el nivel óptimo de almacenamiento se obtiene en el punto donde la derivada de las funciones FCF y FCI se igualan (en valor absoluto). El valor de esta derivada se conoce como “valor del agua”.

En resumen, el operador debe decidir en cada etapa cuánto producir con cada una de las centrales de modo de obtener el menor costo total a lo largo del horizonte de análisis. Para ello debe reconocer que las centrales térmicas tienen costos operativos directos, principalmente relacionados al uso de combustible, en cambio, las centrales hidroeléctricas tienen un *costo de oportunidad* indirecto, que se relaciona con la economía de combustible esperada en el futuro.

4.2.3 Formulación del Problema

El caso determinístico de la Planeación de la Operación a largo plazo considera la evolución plurianual de los estados de almacenamiento en los embalses, considerando las series históricas de aportaciones a los embalses y el valor definido del soporte de la energía termoeléctrica.

El horizonte de planeación puede ser de 1-5 años y el periodo de planeamiento es discretizado en pasos mensuales y/o semanales. La función objetivo es la minimización de los costos de operación a lo largo del horizonte de planeación [15].

En términos matemáticos, el objetivo de la planeación a largo plazo es encontrar una estrategia de operación la cual, para cada etapa del periodo de planeación dado el estado del sistema al inicio de la misma, produzca los objetivos de generación para el parque generador.

Modelo de optimización para el Planeamiento de la Operación a largo plazo [16].

$$\text{Min} \quad \sum_{t \in T} C_t(Q_t) \quad (4.1)$$

Sujeta a:

$$X_{t+1} = f_t(X_t, Q_t, A_t) \quad t \in T \quad (4.2)$$

$$G_{t+1}(X_{t+1}) \geq 0 \quad t \in T \quad (4.3)$$

$$H_t(Q_t) \geq 0 \quad t \in T \quad (4.4)$$

$$I_t(Q_t) \geq 0 \quad t \in T \quad (4.5)$$

Donde:

X_t Vector de estado del sistema al inicio de la etapa t , dado por el nivel de los embalses V_t y las aportaciones de la etapa previa A_{t-1}

A_t Vector de aportaciones durante la etapa t .

Q_t Vector de decisión para la etapa t , que por lo general representa flujos de salida por turbina (turbinamientos), U_t , y por vertimientos S_t .

$C_t(Q_t)$ Costos de operación asociados a la decisión U_t en la etapa t

$F_t(X_t, Q_t, A_t)$ Ecuaciones de continuidad del sistema hidroeléctrico

$G_{t+1}(X_{t+1})$ Conjunto de restricciones de estado en la etapa $t+1$

$H_t(Q_t)$ Conjunto de restricciones sobre las variables de decisión.

$I_t(Q_t)$ Conjunto de restricciones de generación del sistema.

Haciendo una descripción más detallada, se tiene el siguiente modelo:

$$\text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J C_t(GT_{t,j}) \quad (4.6)$$

Sujeta a:

Ecuaciones de continuidad

$$V_{t+1}(i) = V_t(i) + A_t(i) - [U_t(i) + S_t(i) + E_t(i)] + \sum_{m \in M_i} [U_t(m) + S_t(m)] \quad i \in I, \quad t \in T \quad (4.7)$$

Restricciones de estado

$$V^{\min}(i) \leq V_{t+1}(i) \leq V^{\max}(i) \quad i \in I, \quad t \in T \quad (4.8)$$

Restricciones de decisión

$$0 \leq U_t(i) \leq U(i)^{\max} \quad i \in I, \quad t \in T \quad (4.9)$$

$$U_t(i) + S_t(i) \leq Q(i)^{\max} \quad i \in I, \quad t \in T \quad (4.10)$$

Restricciones de generación hidroeléctrica

$$GH(U_t) = \sum_{i=1}^I \rho(i) * U_t(i) \quad t \in T \quad (4.11)$$

Restricciones de generación termoeléctrica

$$\sum_{j=1}^J GT_t(j) = L_t - GH(Q_t) \quad (4.12)$$

$$GT(j)^{\min} \leq GT_t(j) \leq GT^{\max}(j) \quad j \in J, t \in T \quad (4.13)$$

Donde:

- I Conjunto de plantas hidroeléctricas
- J Conjunto de plantas termoeléctricas
- T Horizonte de estudio de la planeación
- M Conjunto de plantas hidroeléctricas inmediatamente aguas arriba de la planta i
- $V_t(i)$ Volumen del embalse i en la etapa t
- $U_t(i)$ Volumen turbinado en la planta i en la etapa t
- $A_t(i)$ Volumen de aportaciones a la planta i en la etapa t
- $S_t(i)$ Volumen vertido por la planta i en la etapa t
- $\rho(i)$ Productividad o factor de conversión de la planta hidroeléctrica i
- GT Generación Termoeléctrica
- GH Generación Hidroeléctrica
- L_t Demanda del sistema en la etapa t

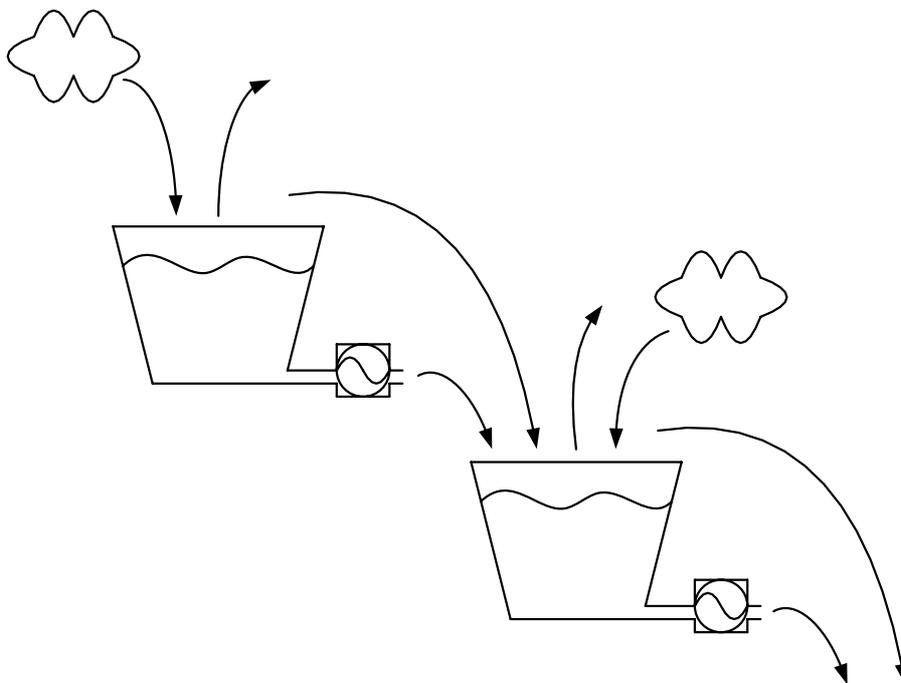


Fig. 4.3 Representación de las variables de un embalse.

El costo de operación asociado a la decisión Q_t , $C_t(Q_t)$ corresponde al costo de suministrar la carga restante con el parque termoeléctrico. En su formulación más simple $C_t(Q_t)$ se calcula de la siguiente manera [16]:

1. Subproblema hidroeléctrico

Calcular la generación hidroeléctrica máxima posible del sistema como:

$$GH(Q_t) = \text{Max} \sum_{i=1}^I \rho_i U_i(i) \quad (4.14)$$

Donde:

- i Es el conjunto de plantas hidroeléctricas
- U_i Es el volumen turbinado
- ρ_i Es la productividad e la planta i

2. Subproblema termoeléctrico

Completar la demanda restante a costo mínimo y entonces el costo $C_t(Q_t)$ se calcula como el resultado del subproblema de optimización térmica.

$$C_t(Q_t) = \text{Min} \sum_{j=1}^J C_j(GT_j) \quad t \in T \quad (4.15)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^J GT_j(j) = L_t - GH(Q_t) \quad t \in T \quad (4.16)$$

$$GT(j)^{\min} \leq GT_t(j) \leq GT^{\max}(j) \quad j \in J, \quad t \in T \quad (4.17)$$

Donde:

- J Es el conjunto de plantas hidroeléctricas
- L_t Demanda en la etapa t
- GT Generación termoeléctrica

Generalmente la función de costo $C_t(Q_t)$ se calcula antes de la ejecución de la recursión en el procedimiento de la Programación Dinámica

El algoritmo de Programación Dinámica que se aplica esta basado en una función recursiva hacia atrás, bajo las siguientes adecuaciones:

1. El problema es discretizado en t etapas para un horizonte de tiempo T .
2. Se consideran a los volúmenes turbinados como la variable de decisión U_m .
3. Se consideran a los volúmenes de los embalses como las variables de estado X_k con los k posibles estados de los volúmenes de los embalses.

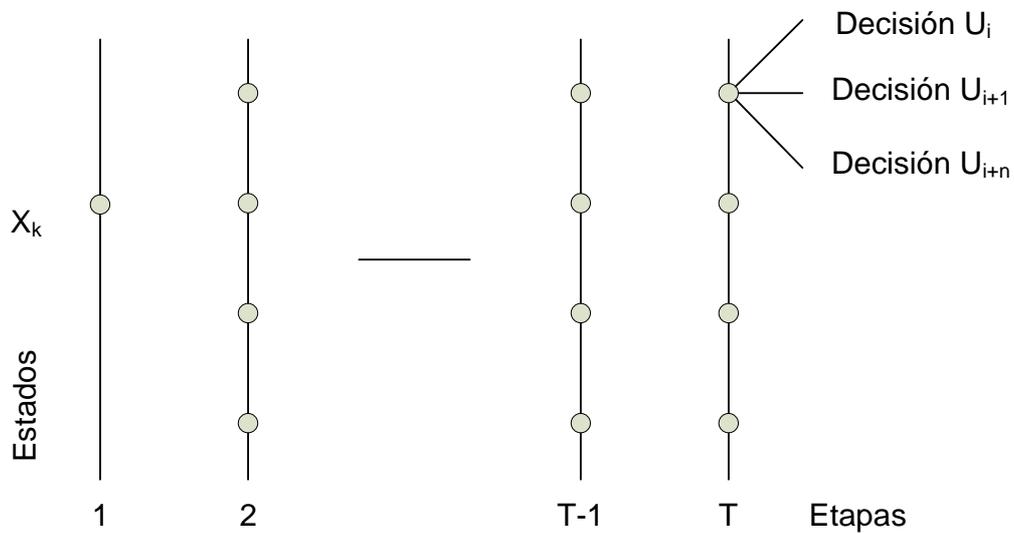


Fig 4.4. Estados, Etapas y Decisiones en Programación Dinámica

Con estas consideraciones se obtiene una descripción muy adecuada del sistema. Para la implementación de la metodología en esta tesis, la adecuación recursiva de Optimalidad está basada en la minimización de los costos de la energía termoeléctrica a suministrar [19]:

$$F.O. = \text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J C_t(GT_t(j)) \quad (4.18)$$

$$= \text{Min} \sum_{t=1}^T C_t \{L_t - GH(Q_t)\} \quad (4.19)$$

Esta ecuación necesita ser manipulada y descompuesta en dos secciones para utilizar Programación Dinámica hacia atrás:

$$F.O. = CI + CF \quad (4.20)$$

$$F.O. = \text{Min} \sum_{t=1}^{T-1} C_t \{L_t - GH(Q_t)\} + \text{Min} \{C_{t=T} (L_{t=T} - GH(Q_{t=T}))\} \quad (4.21)$$

Donde el primer término representa los costos inmediatos por la decisión Q_t (este se calcula sumando los costos de unidades térmicas) y el segundo término representa el beneficio futuro resultante de la decisión Q_t .

4.3 Solución al Modelo de Mínimo Costo: Programación Dinámica

Desde el inicio de los sistemas energéticos se han abordado una gran diversidad de técnicas de optimización para el problema de la planeación de la operación, dicha diversidad es resultado de que cada sistema hidrotérmico se define por tener características propias, resultando en sistemas únicos que se deben analizar con metodologías específicas, es decir, no existe una técnica de uso universal para el planeamiento operativo, por lo cual la técnica a utilizar depende entre otras cosas de las condiciones, restricciones y particularidades del sistema [20].

Como se ha discutido anteriormente, las decisiones operativas en un sistema hidrotérmico deben considerar un balance entre el beneficio inmediato obtenido al utilizar el agua embalsada y el costo de oportunidad que tiene almacenar esa agua para el futuro. Para resolver el problema de optimización que enfrenta el operador en una etapa en particular, es necesario conocer la función de costos futuros de esa etapa, por lo tanto, debe utilizarse un procedimiento que permita construir las distintas funciones de costo futuro por los distintos periodos de tiempo.

La programación dinámica es un procedimiento recursivo que permite calcular las funciones de costo futuro a medida que resuelve los problemas de optimización en cada una de las etapas.

4.3.1 Programación Dinámica

La programación Dinámica es una técnica de optimización que se adecua para la solución de problemas que envuelven decisiones secuenciales interrelacionadas. Cada decisión cambia la situación corriente, transformándola en una nueva situación. El objetivo del análisis es determinar la secuencia de decisiones, que conllevan a una secuencia de situaciones que maximizan o minimizan un valor.

La Programación Dinámica es un método recursivo muy rápido para definir la solución óptima, y puede incluir las dificultades ya mencionadas del problema. Sus principales ventajas son: no se imponen requerimientos a la naturaleza de la función objetivo, puede incluir las no linealidades de la generación hidroeléctrica y de los costos de producción en la función de la generación termoeléctrica.

La Programación Dinámica fue desarrollada por el Dr. Richard Bellman como un método digital aplicable a una amplia variedad de problemas de optimización dinámica [16]. Esta técnica reduce de forma considerable los esfuerzos computacionales requeridos al localizar trayectorias óptimas.

En la búsqueda de rutas óptimas (políticas óptimas), la Programación Dinámica se fundamenta en el teorema de Optimalidad, el cual afirma [16].

“Una política es óptima, si en cualquier etapa, cualquiera que haya sido la decisión precedente, las decisiones a ser tomadas constituyen una política óptima cuando se incluye el resultado de la decisión previa.”

La Programación Dinámica, es un algoritmo de optimización que transforma un problema extenso en una serie de pequeños problemas. Este método se utiliza para resolver problemas de ubicación de recursos, en los cuales las variables a optimizar no se pueden representar a través de una función lineal y que además deben satisfacer determinadas restricciones. Así, se tiene que un problema extenso, se descompone en pequeños problemas denominados “etapas”, y las variables en cada etapa se discretizan en “estados”. Cada uno de estos subproblemas se resuelve considerando todas las opciones posibles.

El fundamento del método radica en que la función objetivo global esta compuesta de una serie de funciones objetivo individuales (una por cada etapa), las cuales son funciones para esa etapa en particular de las variables de estado y de control. Se puede evaluar un número finito de posibilidades para cada etapa y se evalúa la función objetivo acumulativa, incluyendo el presente estado.

4.4 Comportamiento Estratégico de las Unidades Hidroeléctricas

El último paso para construir un simulador de un mercado hidroeléctrico es la incorporación del comportamiento estratégico de las centrales hidroeléctricas.

Para incorporar la dimensión temporal al modelo, expresada en restricciones de uso de agua, y poder simular el comportamiento de las centrales hidroeléctricas (o un grupo de centrales pertenecientes a una firma) en el mercado eléctrico, se utiliza el algoritmo de “programación dinámica” muy similar al utilizado en el despacho hidrotérmico a mínimo costo. El problema que debe resolverse en cada etapa y estado del algoritmo depende de la estrategia que adoptan las firmas (competitiva, juego por unidades o juego por firmas).

4.4.1 Estrategia Competitiva

Como se vio anteriormente, el comportamiento de las centrales térmicas según esta estrategia es similar al observado en un mercado perfectamente competitivo, es decir, las unidades ofrecen de forma que el precio iguala su costo marginal. Por tanto, se supondrá que las unidades hidroeléctricas toman sus decisiones de generación para minimizar costos totales de operación ($CI + CF$) a lo largo del horizonte de estudio.

Matemáticamente, el problema que debe resolver una central hidroeléctrica en cada etapa t y para cada estado de almacenamiento x , puede plantearse de la siguiente forma:

$$F.O.(x,t) = \text{Min}_s \{CI(x,t \rightarrow s,t+1) + CF(s,t+1)\} \quad (4.22)$$

Donde x son los estados de almacenamiento al comienzo de la etapa t ; s son los estados de almacenamiento al final de la etapa t ; $CI(x, t \rightarrow s, t+1)$ es el costo inmediato incurrido en la etapa t si se pasa de un estado de almacenamiento $v_t=x$ a un estado $v_{t+1}=s$ y $CF(s, t+1)$ es el costo futuro esperado al finalizar la etapa t para el estado de almacenamiento $v_{t+1}=s$.

Como se ha mencionado, el costo inmediato CI es calculado a través del modelo estático, simplemente sumando los costos incurridos por todas las centrales térmicas j para satisfacer la demanda que no ha sido satisfecha por la generación hidroeléctrica.

$$CI = \text{Min} \sum_{j=1}^J C_i(GT_i(j)) \quad (4.23)$$

Para conocer el procedimiento completo de la programación dinámica utilizado en este trabajo se aconseja al lector que consulte el anexo C donde se detalla paso a paso el procedimiento.

4.4.2 Estrategia de Juego por Unidades

En este caso, las centrales hidroeléctricas actúan de igual forma que las centrales térmicas en el modelo estático, es decir, buscando maximizar su beneficio individual.

Entonces, la función objetivo de cada central hidroeléctrica en la programación dinámica será maximizar la suma de su beneficio inmediato y su beneficio futuro esperado. La metodología para resolver la programación dinámica de cada empresa es similar a la utilizada en la estrategia anterior, con la diferencia de que se desea maximizar beneficio, en vez de minimizar el costo total.

Las diferencias importantes con respecto a la minimización de costo son:

Al comenzar en la última etapa T . Para cada estado de almacenamiento x se determinan las ganancias de pasar al estado s , en la metodología utilizada para calcular las ganancias asociadas a este traspaso se hace uso del modelo estático desarrollado en el capítulo anterior, cuando iniciamos en la última etapa los beneficios inmediatos son equivalentes a los totales. Finalmente, estos beneficios determinados para cada estado x determinan la FBF (Función de Beneficios Futuros).

A continuación se pasa a la etapa anterior $T-1$. En ella, para cada estado de almacenamiento, la central determina la decisión de uso de agua que origina una mayor ganancia total. En este caso la ganancia futura se conoce, ya que fue calculada en el paso anterior de esta iteración. Para determinar la solución óptima en el estado de almacenamiento x debe considerarse todos los posibles estados s para la etapa siguiente, luego se determinan los beneficios asociados a cada posible transición $x \rightarrow s$ y finalmente se selecciona aquella que da origen a una mayor ganancia total (ganancia futura del estado s más ganancia inmediata de la transición $x \rightarrow s$). Para calcular las ganancias asociadas a cada transición $x \rightarrow s$ se hace uso del modelo estático desarrollado en el capítulo anterior.

Finalmente, los beneficios totales óptimos determinados para cada estado x determinan la FBF para la etapa anterior ($t - 1$).

De este modo, se procede recursivamente hasta la primera etapa, donde se determina la ganancia máxima esperada final para todo el horizonte de estudio.

Matemáticamente, el problema que debe resolver una central hidroeléctrica en cada etapa t y para cada estado de almacenamiento x , puede plantearse de la siguiente forma:

$$F.O.(x,t) = \text{Max}_s \{ BI(x,t \rightarrow s,t+1) + BF(s,t+1) \} \quad (4.24)$$

donde $BI(x,t \rightarrow s,t+1)$ es la ganancia inmediata en la etapa t si se pasa de un estado de almacenamiento x a un estado s y $BF(s,t+1)$ es el beneficio futuro esperado al finalizar la etapa t para el estado de almacenamiento s .

Nuevamente, se utiliza el modelo estático para determinar el comportamiento de las centrales térmicas, en cada etapa de la programación y para cada posible decisión de uso de agua que tome la central hidroeléctrica. Pero obviamente se utiliza el modelo que corresponde a esta estrategia (juego por unidades), donde las unidades térmicas maximizan sus ganancias individuales.

La ganancia inmediata BI de las unidades hidroeléctricas es simplemente el producto de la energía generada por esa unidad y el precio de despeje del mercado, este último determinado por el modelo estático. Luego la ganancia inmediata de la unidad hidroeléctrica j en la etapa t puede calcularse como:

$$BI_t(j) = GH_t(j) \cdot p_t \quad (4.25)$$

Donde $GH_t(j)$ es la generación de la unidad hidroeléctrica j en la etapa t y p_t es el precio de despeje del mercado en dicha etapa.

En la siguiente figura se muestra como es que las centrales hidroeléctricas escogen sus ofertas de generación, y resuelven el dilema entre ofertar toda su capacidad sabiendo que entre más generación manden al mercado menor será el precio spot de despeje, o en caso contrario si oferta muy poca generación, talvez su beneficio no sea tan alto, es por ello que en cada etapa y en cada estado se tiene que decidir cual es la oferta óptima de generación que le permitirá obtener el mayor beneficio posible.

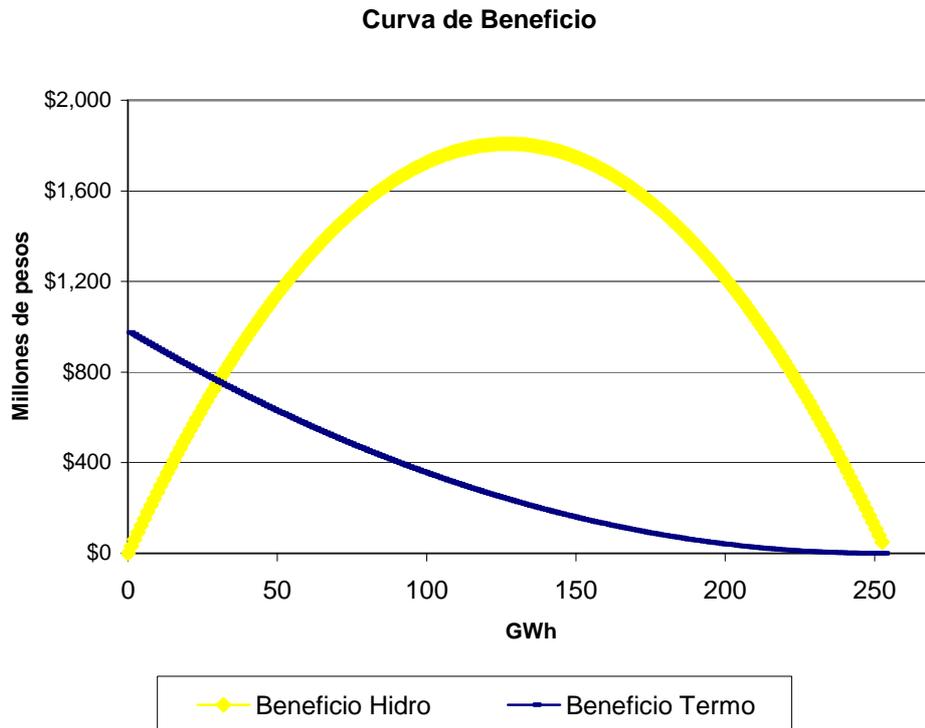


Figura 4.5 Curva de beneficio de Centrales Hidroeléctricas y Termoeléctricas

Como se aprecia en la figura 4.5 el beneficio térmico se ve disminuido en la medida que existe mayor oferta de la central hidroeléctrica (Este efecto se ve de igual forma en los precios, si se utiliza más generación hidro menor será el precio de despeje). Por tanto la central hidro debe evaluar ofertas de cantidad que le permitan mantener precios spot moderadamente altos para que al combinarse con la cantidad ofertada se obtenga el máximo beneficio. Para este ejemplo se muestra que a la central hidro le conviene mandar ofertas de generación entre 100 y 150 GWh, dependiendo de las condiciones hidrológicas y las restricciones propias. Por tanto se concluye que, para obtener el máximo beneficio no es necesario ofertar toda la capacidad disponible. En cada etapa y en cada estado el proceso recursivo de Programación Dinámica evalúa estas decisiones y mediante un proceso de búsqueda de máximo beneficio encuentra la decisión óptima.

Capítulo 5 Resultados Obtenidos

5.1 Introducción

En este apartado se analizará la operación del embalse Belisario Domínguez (Angostura). Es un embalse de gran tamaño comparado con los demás embalses de la Cuenca del río Grijalva. Tiene una capacidad de volumen máximo de almacenamiento de 16 737. 43 millones de metros cúbicos (a un nivel máximo de 535 metros sobre el nivel del mar), y un volumen mínimo de almacenamiento de 2 379. 53 (a un nivel mínimo de 500 metros sobre el nivel del mar). Cuenta con 5 unidades generadoras de 180 MW de capacidad cada una.

Debido a que la metodología de Programación Dinámica discretiza el espacio de estados (volúmenes), decisiones (turbinamientos) y de tiempo (etapas), el grado de discretización de cada uno de estos espacios incide sobre la exactitud de dicha metodología. En trabajos anteriores [8],[9] se realizaron pruebas para encontrar un equilibrio entre exactitud y esfuerzo computacional, llegando a concluir que la metodología es especialmente sensible al grado de discretización del espacio de turbinamientos. Para discretizaciones mayores a 500 los resultados no presentan una mejoría sustancial, es por ello que en este trabajo se utilizará este nivel de discretización.

5.2 Desarrollo del Caso Base

El lenguaje computacional elegido para implementar el modelo fue MATLAB, debido a que es fácil de entender y de adaptar, además de poseer muchas funciones gráficas y matemáticas ya preestablecidas, que facilitan su uso para esta aplicación.

Para las simulaciones se consideró la Central de Angostura, se utilizó un horizonte análisis de tres años más un año adicional para evitar el efecto de final de periodo. La condición inicial empleada fue de 527 msnm.

5.2.1 La demanda

Para determinar la demanda del caso base se utilizaron valores promedio del área Oriental del año 2005 (ajustados para el vaso de Angostura).

La elasticidad en el punto de referencia para el caso base fue de 0.7 para todas las etapas. Este valor puede parecer muy alto, pero debe recordarse que se trata de la demanda de largo plazo por un bien (energía eléctrica) [4] con características especiales que por el horizonte de estudio los consumidores pueden tomar previsiones a futuro y evitar consumos excesivos o innecesarios.

5.2.2 Aportaciones Hidrológicas.

Desde el año 1952 se tienen registradas las aportaciones hidrológicas de la Cuenca del Grijalva. Para el desarrollo de este trabajo se identificaron los periodos hidrológicos críticos (Húmedo y Seco) que se utilizaran para simulaciones posteriores, pero, para el caso base se utilizó un promedio de todos los escenarios ocurridos durante estos 50 años.

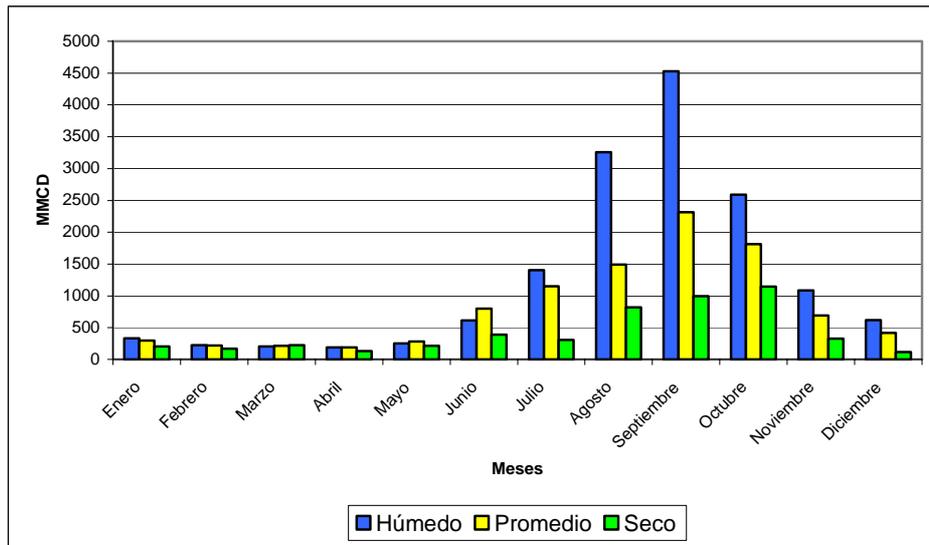


Figura 5.1 Aportaciones Hidrológicas en el vaso de Angostura

5.2.3 Equipo utilizado en las simulaciones.

Con los datos de entrada antes descritos se ejecutó el modelo computacional desarrollado y explicado en los capítulos anteriores. Para ello se utilizó una computadora personal con procesador Pentium IV de 2.4 GHz

5.3 Resultados

5.3.1 Precio Spot

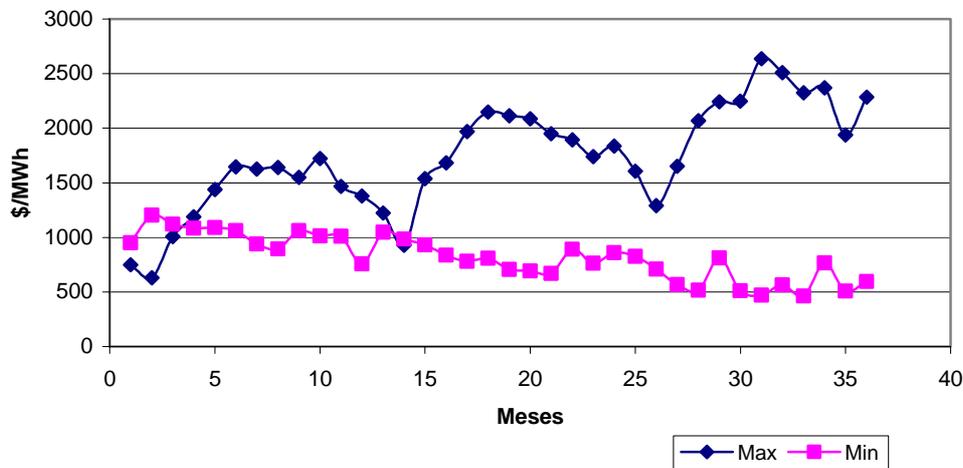


Figura 5.2 Precios de Despeje mensuales para diferentes estrategias. Caso base

En la figura 5.2 se observan los precios de despeje mensuales observados en la Bolsa, para todo el periodo de estudio (3 años) y para las dos estrategias analizadas. En esta figura se puede observar que en la estrategia competitiva el precio es prácticamente constante a lo largo del periodo de estudio, lo que se explica debido a la capacidad de las centrales hidroeléctricas de embalse de ocupar una mayor cantidad en los periodos de mayor demanda (Junio, Julio y Agosto), para no tener que utilizar centrales térmicas caras. Por otro lado, en la estrategia de juego por unidades se aprecian sobrepuestos en casi todos los meses, pero sobre todo en los meses de mayor demanda, causados por una importante disminución del agua utilizada en ese periodo.

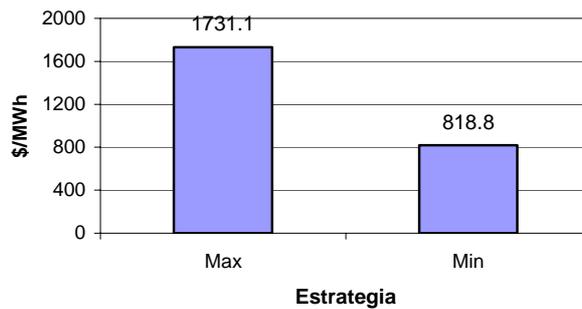


Figura 5.3 Precios de despeje promedio para diferentes estrategias. Caso base

Es importante mencionar que estos resultados se obtienen bajo el supuesto de que la totalidad de la energía se ocupa en el mercado, es decir, sin considerar la existencia de contratos de ningún tipo. Esta representación no pretende reflejar el comportamiento real en un sistema, donde se espera que existan contratos bilaterales de largo plazo, sino que consiste en un ejercicio teórico para mostrar la efectividad del modelo construido.

5.3.2 Generación Hidro

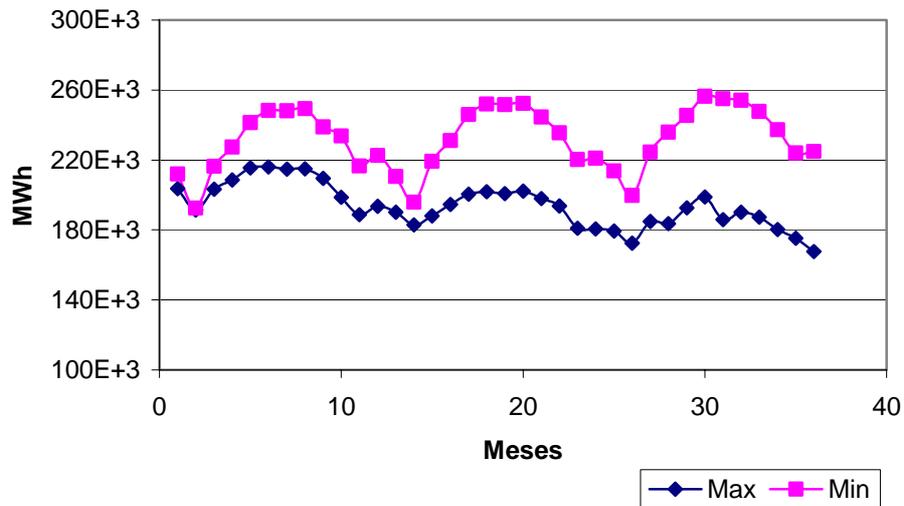


Figura 5.4 Generación Hidro para distintas estrategias. Caso base.

En la figura 5.4 se observa que, bajo la estrategia de mínimo costo, se utiliza una mayor cantidad de agua embalsada en los periodos de mayor demanda (Junio, Julio, Agosto) y de esta forma se desplaza generación térmica más cara. Al analizar los resultados de la estrategia de juego por unidades se aprecia que el uso del agua durante el periodo de estudio es más parejo, además en los periodos de mayor demanda se observa una disminución importante del agua utilizada, lo que origina sobrepuestos (ver figura 5.2)

5.3.3 Generación Termo

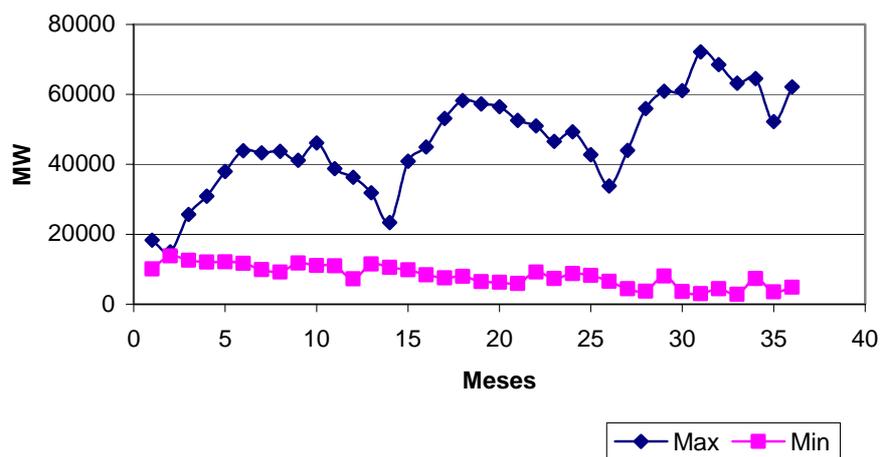


Figura 5.5 Generación Termo para distintas estrategias. Caso base.

Como era de esperarse la generación térmica es mayor en un despacho que maximiza ganancias, consecuentemente determina precios spot más altos que en un despacho de mínimo costo (ver figura 5.2).

5.3.4 Ganancia obtenida en la Generación Hidro

Otra importante variable a ser monitoreada en este trabajo es la remuneración obtenida por la hidroeléctrica ante los dos tipos de operación.

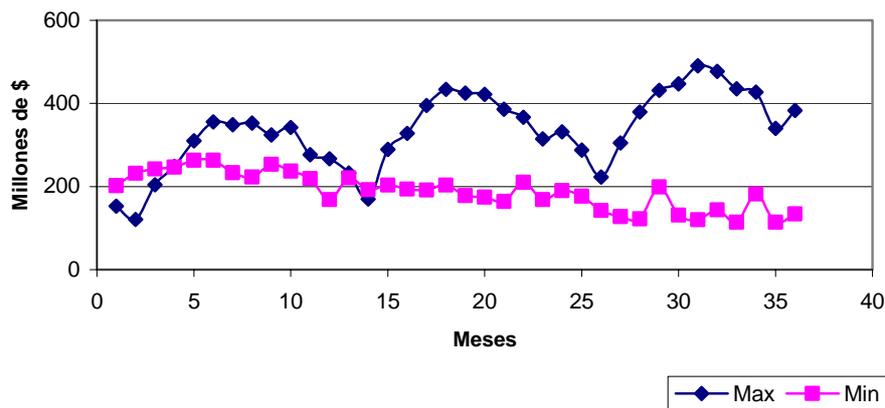


Figura 5.6 Remuneración Hidro para distintas estrategias. Caso base.

La ganancia obtenida para los generadores hidro es siempre mayor en un despacho que maximiza ganancias que uno de minimización de costos. Además es interesante observar como en los meses de Noviembre a Febrero al bajar la demanda también las ganancias se ven afectadas. Como se observa en la figura 5.7 la remuneración llega a ser del doble tomando en cuenta todo el periodo de estudio.

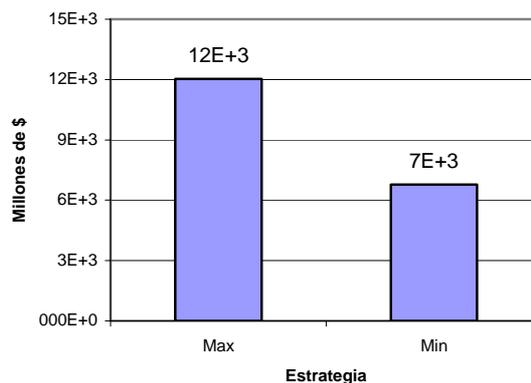


Figura 5.7 Ganancia del participante Hidro ante distintas estrategias

En otros trabajos [22] se ha demostrado que entre mayor sea la capacidad del embalse mayor es la ganancia obtenida por el participante.

5.3.5 Costo Operativo

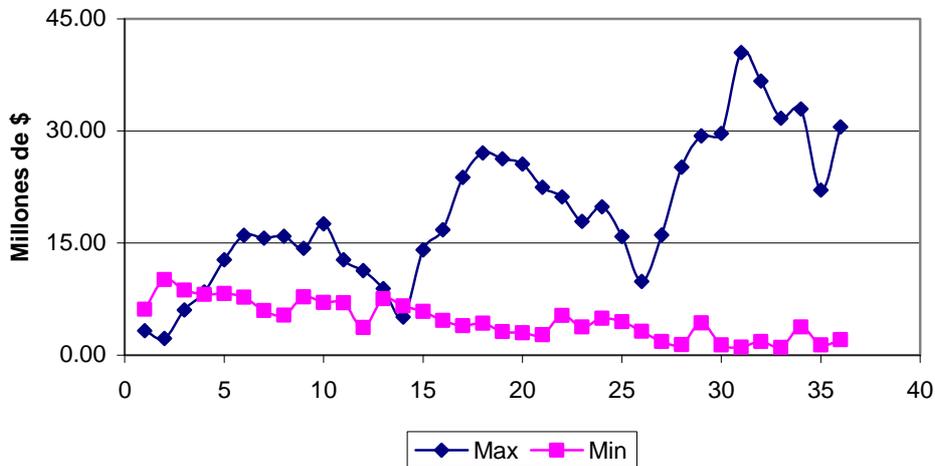


Figura 5.8 Costo operativo de la Generación Térmica

Cuando se realiza un despacho que minimiza el costo se espera que la generación hidro se ocupe durante los periodos de mayor demanda, para dejar el perfil termo lo más plano posible. Esta sencilla regla de operación [11] es válida para los sistemas hidrotérmicos, como lo muestra la figura 5.8, sin embargo cuando la función objetivo es maximizar ganancia esto no se cumple, de tal forma que las centrales hidro haciendo uso de su capacidad de almacenamiento dejan que la generación termo cubra una mayor porción de la demanda para elevar el precio spot y conseguir mayores utilidades. Es por ello que se aprecia un aumento en el costo operativo en los meses de (de Mayo a Septiembre).

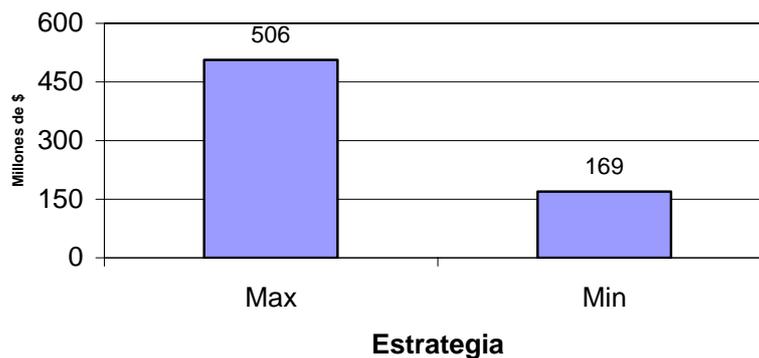


Figura 5.9 Costos promedio para diferentes estrategias

En esta figura 5.9 se aprecia que un ambiente descentralizado el costo de operación llega a ser hasta tres veces más alto

5.3.6 Precios Spot ante distintas elasticidades de demanda

A continuación se presenta resultados del modelo computacional desarrollado, con los mismos datos del caso base, pero utilizando distintos valores para la elasticidad de largo plazo en el punto de referencia. Estos valores reflejan las distintas sensibilidades ante variaciones en el precio que se podrían presentar en un mercado eléctrico.

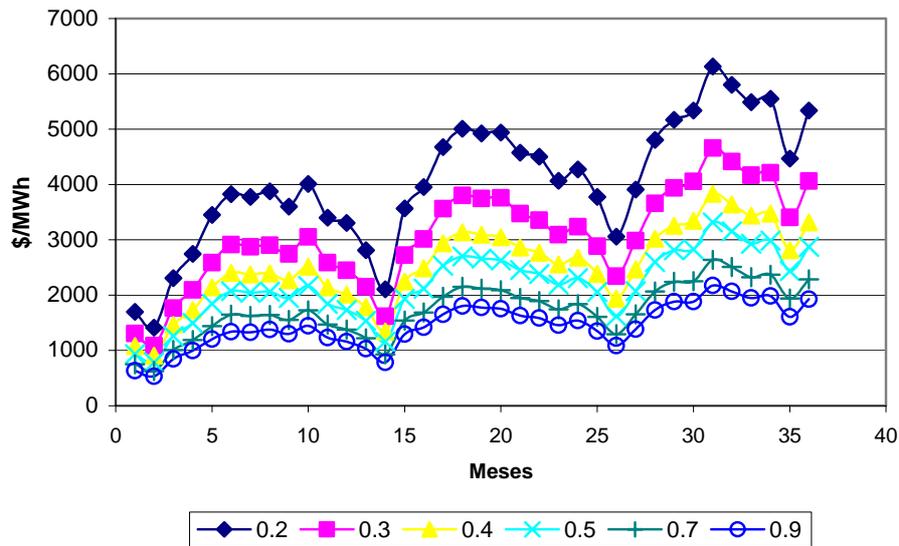


Figura 5.10 Precios de despeje de la estrategia de juego por unidades para distintos valores de elasticidad de demanda

En la Figura 5.9 se muestran los precios de despeje mensuales obtenidos para la estrategia de juego por firmas, por los distintos valores de elasticidad de demanda y en la figura 5.10 se grafican los precios promedio obtenidos en cada caso.

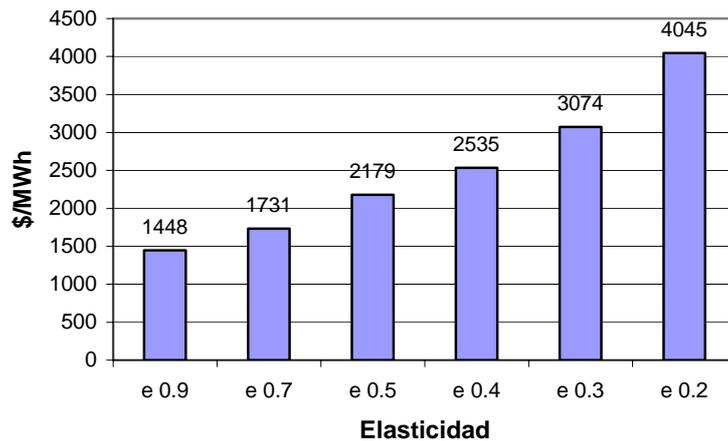


Figura 5.11 Precios spot promedio de la estrategia de juego por unidades para distintos valores de demanda

En las figuras es posible observar como aumentan los precios en la medida que baja la elasticidad de la demanda por energía eléctrica. Esto se explica debido a que una menor elasticidad significa una menor reacción ante cambios en los precios, lo que permite a los generadores subir sus ofertas fuertemente sabiendo que la cantidad demandada no variará en forma importante.

De esto se concluye que los resultados del modelo dependen de forma importante de la elasticidad de la demanda. Este fenómeno era esperado ya que el modelo utilizado se basa en los principios oligopólicos de Cournot, según los cuales el precio resultante depende fuertemente de la elasticidad de la demanda. No obstante, aunque no se disponga de un valor preciso para la elasticidad, es posible extraer valiosas conclusiones del modelo, sobre todo en cuanto al comportamiento de las ofertas de cada generador y a los cambios que se producen en este comportamiento cuando varían las condiciones del mercado.

5.3.7 Precios Spot ante distintas condiciones hidrológicas

Hasta este momento se ha considerado que las aportaciones hidrológicas son un promedio de los 50 años de datos que se cuenta para el vaso de Angostura. Sin embargo para poder apreciar la influencia que tienen las aportaciones hidrológicas a la operación del vaso y por tanto en los precios del sistema, se utilizó el modelo computacional con distintas series hidrológicas.

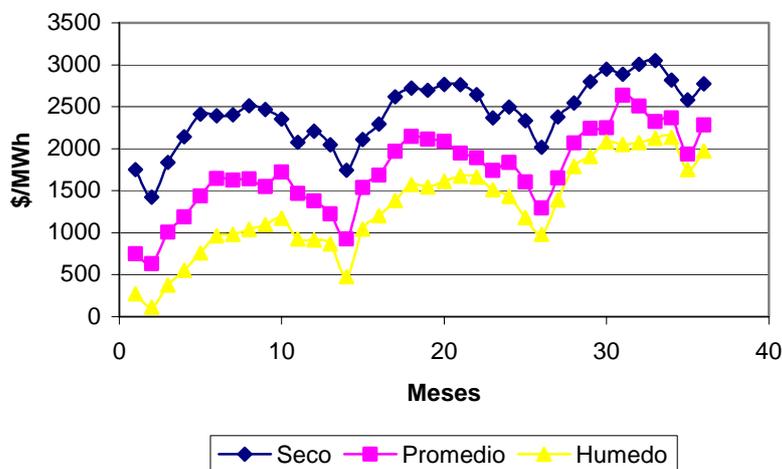


Figura 5.12 Precios de despeje mensuales de la estrategia de juego por unidades para distintos valores de aportaciones hidrológicas.

En la figura 5.12 se muestran los precios de despeje obtenidos con la estrategia de juego por unidades, considerando distintas series hidrológicas. Por otra parte, en la figura 5.12 se observan los precios promedio que se obtienen en esta estrategia, para los distintas series hidrológicas.

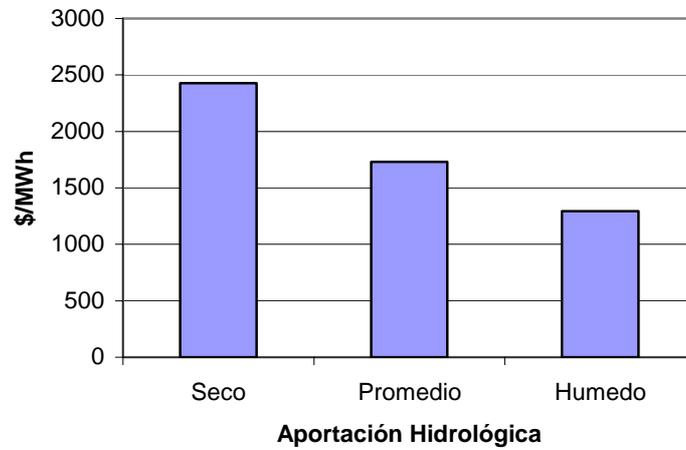


Figura 5.13 Precios spot promedio de la estrategia de juego por unidades para distintas series de aportación hidrológica.

En ambas figuras se aprecia que en la medida que las aportaciones hidrológicas disminuyen, los precios se elevan. Esto puede explicarse debido a que, en este caso, existe menor energía hidroeléctrica disponible para ser ofertada en el mercado y por tanto las centrales térmicas más caras elevan los precios. Por otra parte, en la medida que aumenta la aportación hidrológica los precios de despeje disminuyen debido a que una mayor parte de la demanda es satisfecha por centrales hidroeléctricas.

Capítulo 6 Mecanismos para reducir Poder de Mercado

En este capítulo se estudia la importancia de la existencia de medidas mitigadoras de poder de mercado. Además se analizar en forma concreta el uso de contratos bilaterales de largo plazo.

6.1 Introducción

Dados los efectos negativos que tiene el ejercicio de poder de mercado para los usuarios, los entes reguladores deben evaluar el uso de medidas apropiadas para evitar o disminuir su ejercicio. Sin embargo, debe tenerse en consideración que, como se ha visto en otros mercados eléctricos, *algún grado de poder de mercado en una industria es preferible a una regulación muy estricta, con todas la ineficiencias que acompañan a este tipo de regulación* [25].

En la literatura pueden encontrarse algunas medidas mitigadoras implementadas o propuestas para los mercados eléctricos en el mundo, por ejemplo [26],[27], [31]. Entre estas medidas se encuentran:

a) Contratos bilaterales.

Debido a que parte de la energía se vende por medio de contratos, los agentes generadores tienen menos energía para ser comercializada en la Bolsa, lo que disminuye su poder de mercado. Si se observan niveles de contratación menores a los deseados, el regulador puede fijar cantidades mínimas de contratación entre las empresas generadoras y distribuidoras.

b) Ofertas en la demanda

Esta medida significa que los distintos agentes que componen la demanda del sistema realizan sus propias ofertas al mercado, en forma análoga a como lo hacen los generadores. Estos agentes son, principalmente, las empresas distribuidoras de energía eléctrica, las empresas comercializadoras y los clientes libres. En este caso el precio spot de la energía será aquel donde la curva de oferta se iguala con la demanda [32].

c) Límites en la oferta de los generadores

El regulador puede establecer límites o *caps* para la oferta máxima de los generadores, para el precio de despeje o para las utilidades de las firmas. Estos límites se basan en estimaciones de los distintos costos que enfrentan las empresas: costos de combustibles, costos de operación y mantenimiento, etc.

d) Incentivo a la competencia

El gobierno puede adoptar una serie de medidas que incentiven la competencia en el sector generación. Por ejemplo promoviendo la entrada de nuevos agentes, disminuyendo las barreras de entrada que estos enfrentan, propiciando la interconexión del sistema con regiones vecinas, etc.

6.2 Contrato Bilateral de Largo Plazo

En este trabajo se analizará el uso de la primera de las medidas mitigadoras anunciada anteriormente: los Contratos Bilaterales.

En análisis de largo plazo, el principal obstáculo que se observa en la práctica de esquemas de generación orientados al mercado en sistemas hidrotérmicos, es la incertidumbre de los retornos de las ventas en el mercado mayorista. Para hacer frente a esta volatilidad que presenta el precio de despeje, los generadores tienen incentivos para firmar contratos bilaterales de largo plazo que les aseguren un cierto retorno mínimo.

En general, un contrato bilateral de largo plazo entre un generador y un comprador de energía eléctrica, es un instrumento legal donde el primero se compromete a entregar al segundo una determinada cantidad de energía, a un precio acordado entre ellos y por periodos definidos de tiempo, en un horizonte de largo plazo (generalmente algunos años).

Se analizan dos tipos distintos de contratos bilaterales, que se presentan a continuación:

a) Contratos bilaterales físicos.

Este tipo de contratos se caracterizan porque las cantidades de energía comprometidas por cada generador influyen en la operación del sistema, es decir, la energía contratada es realmente producida por el generador que firmó dicho instrumento. De este modo, sólo la fracción de demanda que no es satisfecha por contratos se compra o se vende en el mercado mayorista.

c) Contratos bilaterales financieros

Este tipo de contratos funciona en forma similar al instrumento financiero derivado llamado “forward”. De esta forma, la totalidad de la energía debe usarse en el mercado mayorista y los contratos no influyen en la operación física del sistema sino que dan origen a un pago compensatorio adicional producto de la diferencia que se genera entre el precio del contrato y el precio spot del sistema. Este pago especial que recibe la empresa generadora esta dado por la siguiente expresión:

$$\text{Pago} = q_c * (p_c - p) \quad (6.1)$$

Donde q_c es la cantidad de energía contratada por el generador y p_c es el precio definido en el contrato.

En la expresión (6.1) se puede observar que cuando el precio del contrato es superior al precio spot, el generador recibe un ingreso adicional, en cambio, cuando el precio del contrato es inferior al obtenido en el mercado mayorista, es el generador el que debe realizar el pago al comprador de energía.

6.3 Contratos Bilaterales Físicos

6.3.1 Incorporación al Modelo

Como se ha mencionado, los contratos bilaterales físicos influyen en la operación del sistema, ya que las centrales están obligadas a producir ellas mismas la energía que contratan.

Desde el punto de vista del Mercado mayorista se observa una disminución de la energía que se ocupa en ella. Esto se manifiesta en una disminución de la demanda, ya que parte de ella es satisfecha por los contratos, y una disminución de la oferta, ya que parte de ella está comprometida para satisfacer los contratos celebrados.

Por tanto, la incorporación de los contratos bilaterales físicos al modelo de simulación puede realizarse en forma indirecta, lo que quiere decir que no es necesario modificar la formulación matemáticamente, descrita en capítulos anteriores, sólo deben ajustarse los datos de entrada al modelo, es decir, oferta y demanda.

Específicamente, los ajustes en los datos de entrada, realizados para incorporar un cierto nivel de contratos físicos al modelo, son los siguientes:

a) Reducción de la demanda

En cada etapa debe ajustarse la demanda que enfrenta la el mercado mayorista, ya que parte de la demanda original está cubierta por contratos.

b) Reducción de la oferta térmica e hidroeléctrica

En cada etapa debe ajustarse la oferta de las centrales térmicas e hidroeléctricas, específicamente en lo que se refiere a respetar límites máximos y mínimos de operación. Esto se debe a que parte de la capacidad de cada unidad se encuentra contratada y sólo el remanente puede ser ofrecido en la Bolsa.

6.3.2 Resultados

El modelo fue aplicado nuevamente sobre el caso base del capítulo anterior, pero realizando los ajustes necesarios para incorporar distintos niveles de contratos bilaterales físicos. Los niveles de contratación se calculan como porcentaje de la demanda y se supuso que esa

generación se distribuye entre todos los participantes (Unidades Térmicas e Hidroeléctricas).

A continuación se presentan los resultados obtenidos:

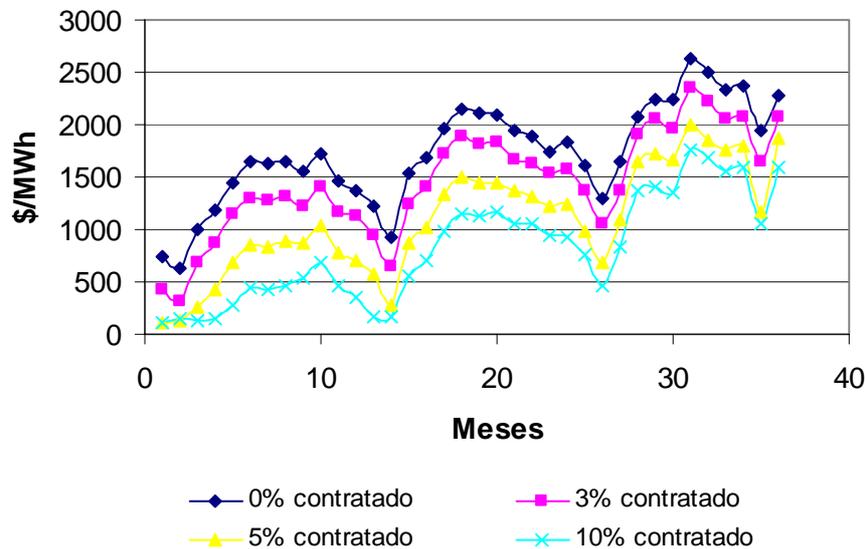


Figura 6.1 Precios de despeje mensuales de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación física

En la figura 6.1 se muestran los precios obtenidos mes a mes, según la estrategia de juego por unidades, para distintos niveles de contratación. Por su parte, la figura 6.2 presenta los promedios mensuales de estos valores. En estas figuras se aprecia claramente que el ejercicio de poder de mercado disminuye cuando aumenta el nivel de contratación física de la generación, es decir, el precio de despeje del mercado se reduce, llegando incluso a valores inferiores al precio competitivo, para niveles muy altos de contratación.

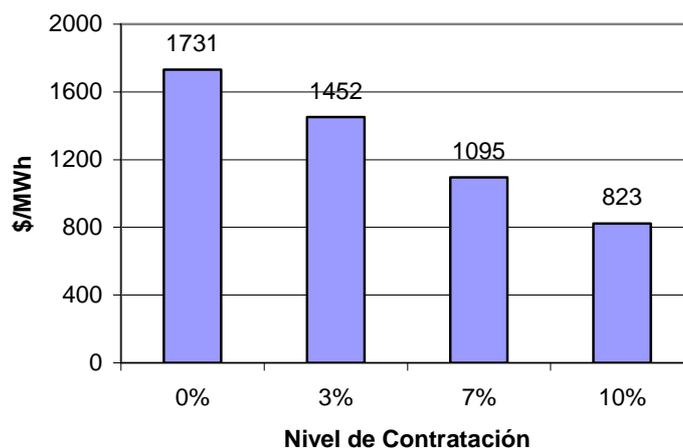


Figura 6.2 Precios de despeje promedio de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación física

6.4 Contratos Bilaterales Financieros

6.4.1 Incorporación al modelo

A diferencia de los contratos físicos, los financieros no influyen en la operación del sistema. Por tanto, la totalidad de la energía debe ser comprada y vendida en la Bolsa. De este modo, tanto la demanda como la oferta no sufren cambio alguno.

Sin embargo, este tipo de contratos involucra un pago adicional que influye en los beneficios totales de las centrales generadoras, por lo que su incorporación al modelo implica una pequeña modificación matemática a éste. A continuación se detallan los cambios en los modelos:

a) Modelo estático

En general, para representar a las centrales térmicas es necesario incluir el término del pago adicional de la expresión (6.1) en la función objetivo de cada central.

Por tanto, las nuevas funciones objetivo para la estrategia competitiva y de juego por unidades son las siguientes:

$$Max_{q_i} \text{Beneficio} = \{p \cdot q_i - C_i(q_i)\} \cdot s_i + q_c (p_c - p) \quad (6.2)$$

$$Max_{q_i} \text{Beneficio} = \{p(q_i) \cdot q_i - C_i(q_i)\} \cdot s_i + q_c (p_c - p(q_i)) \quad (6.3)$$

La forma en que se resuelven los respectivos problemas de maximización es idéntica a la explicada en el capítulo dedicado al modelo estático, sin embargo como las funciones objetivo incluyen un nuevo término se obtendrán resultados distintos.

b) Modelo dinámico

En el caso del modelo dinámico, que representa el comportamiento de las centrales hidroeléctricas, debe hacerse una distinción entre la estrategia competitiva y las demás.

En la estrategia competitiva la función objetivo es minimizar los costos totales de operación, no maximizar utilidades de cada central. Por tanto, la representación matemática no sufre ningún cambio.

Sin embargo, en las centrales de juego por unidades, la función objetivo de la programación dinámica consiste en maximizar el beneficio inmediato más el beneficio futuro esperado. Luego, debe modificarse la expresión para calcular el beneficio inmediato ya que debe incluir el término del pago adicional por efecto de los contratos financieros (6.1). De este modo, la nueva expresión para calcular el beneficio inmediato en la estrategia de juego por unidades esta dada por:

$$BI_t(j) = GH_t \cdot p_t + (p_c^t - p_t) \cdot GH_c^t \quad (6.5)$$

Donde p_c^t es el precio contratado para la etapa t y GH_c^t es la generación hidroeléctrica contratada para la etapa t .

6.4.2 Resultados obtenidos

El modelo fue aplicado nuevamente sobre el caso base, pero realizando los cambios recién descritos a su formulación, para incluir los distintos niveles de contratación financiera.

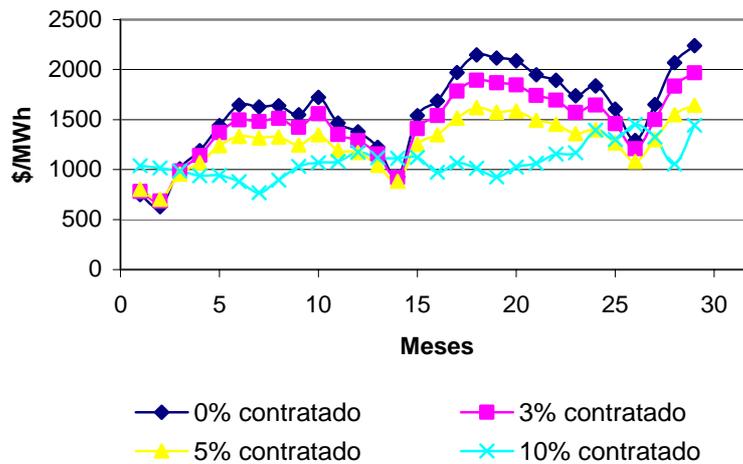


Figura 6.3 Precios de despeje mensuales de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación financiera.

En la figura 6.3 se muestran los precios mensuales obtenidos para distintos niveles de contratación, según la estrategia de juego por unidades. La figura 6.4 presenta los promedios mensuales de dichos valores.

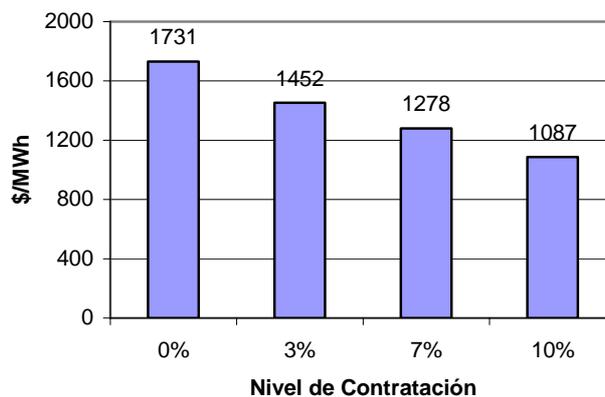


Figura 6.4 Precios de despeje promedio de la estrategia de juego por unidades para distintos niveles de contratación financiera.

Al igual que en el caso de los contratos físicos, puede concluirse que al aumentar el nivel de contratación financiera, el ejercicio de poder de mercado disminuye, lo que se refleja en una disminución de los precios de despeje, es decir, el precio de despeje del mercado se reduce, llegando incluso a valores inferiores al precio competitivo, para niveles altos de contratación.

Capítulo 7 Conclusiones

7.1 Conclusiones

Este trabajo significa una contribución al estudio de los mercados eléctricos. Esta afirmación se sustenta en que, el modelo desarrollado es capaz de representar un mercado hidrotérmico, mientras que la mayor parte de los estudios sobre mercados eléctricos sólo incorpora centrales térmicas.

Al analizar los resultados obtenidos se concluye que cuando las firmas actúan estratégicamente en un mercado hidrotérmico para maximizar sus beneficios se produce un aumento considerable del precio de despeje de la energía, principalmente en los meses de mayor demanda.

Se aprecia también, que las firmas con capacidad de almacenamiento en embalse utilizan una menor cantidad de generación hidroeléctrica en los periodos de mayor demanda con el objeto de propiciar aumento en los precios de despeje.

Cabe mencionar que los resultados obtenidos dependen del valor considerado para la elasticidad de la demanda (ϵ). Este fenómeno era esperado ya que en los modelos que se basan en los principios de Cournot, como es el caso desarrollado en esta tesis, los resultados siempre dependen de la elasticidad. Sin embargo, aunque no se cuente con un buen estimador para la elasticidad, los resultados obtenidos siguen teniendo validez principalmente en términos comparativos, es decir, para poder evaluar distintos escenarios.

Por otro lado, también es importante destacar la influencia que tienen las aportaciones hidrológicas en los precios de la energía. En el modelo estratégico desarrollado se observa, al igual que en un modelo de despacho de mínimo costo, en la medida que llueve menos se produce una importante alza en los precios, lo que es lógico debido a que se utilizan centrales térmicas más caras.

Sin duda una de las grandes dificultades que entorpecen la implementación de mercados eléctricos competitivos es la práctica de poder de mercado, debido a la ineficiencia económica y a la transferencia injusta de riquezas que origina. No obstante, debe considerarse que en cualquier mercado competitivo se ejercerá algún grado de poder de mercado y que una regulación excesiva para evitarlo suele tener peores consecuencias en cuanto a productividad.

La manipulación de mercado, cuando es ejercido por cualquiera de los participantes, *beneficia* automáticamente a los demás participantes del mercado; los cuales pasan a ser remunerados por el nuevo precio de mercado practicado por el ejercicio de esta práctica.

Al analizar el efecto que tienen los contratos en el ejemplo desarrollado, se puede concluir que un nivel de contratación adecuado puede asegurar que el ejercicio de poder de mercado se vea restringido, obteniendo niveles de precios similares a los de despacho de mínimo costo. Esta afirmación nos lleva a una última conclusión, que la concentración de propiedad no debería ser un obstáculo para la implementación de un mercado competitivo, siempre que se aseguren niveles adecuados de contratación.

Es posible que debido a las interacciones repetitivas entre las firmas, estas aprendan en un cierto tiempo a competir en una forma menos agresiva una contra otra y castiguen a firmas rivales que no se comporten en forma cooperativa. Entonces el reducir la rivalidad entre firmas provocaría un alza en los precios y una transferencia injusta de ganancia de los consumidores hacia los productores.

Los resultados obtenidos deben ser tomados como una medida indicativa del potencial de poder de mercado, y como una de las maneras en que puede ser ejercido, más que una predicción exacta de los precios de mercado.

Como una herramienta indicativa, el análisis de Cournot presenta varias ventajas sobre las medidas de concentración. En particular, el modelo ubica las situaciones en las cuales un productor aumenta su beneficio al restringir su capacidad de generación que hace disponible al mercado.

7.2 Recomendaciones para Trabajos Futuros

El modelo propuesto recibe como dato las aportaciones hidrológicas, en este sentido se recomienda hacer desarrollos futuros en la parte estocástica de aportaciones para saber el impacto que tiene sobre las variables de interés (precio spot, generación, etc.).

Para el desarrollo de este modelo es necesario contar con información de todos los participantes, como el costo operativo, límites técnicos, etc. Sin embargo cuando el sistema se vuelve descentralizado, los datos no son públicos, es por tanto que se recomienda realizar análisis con Teoría de Juegos pero de información incompleta.

Se recomienda hacer estudios de Centrales Hidroeléctricas que pertenecen a diferente firma, dentro de una misma cuenca.

Bibliografía

- [1] **A. J. Wood y B. F. Wollenberg**, *Power Generation, Operation, and Control*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1996.
- [2] **R. S. Pindyck y D. L. Rubinfeld**, *Microeconomía*, 5a Edición, Prentice Hall, 2001.
- [3] **M. Shahidehpour, H. Yamin, Z. Li**, *Market Operations in Electric Power Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [4] **S. Borenstein, J. Bushnell and C. Knittel**, *Market Power in Electricity Markets: Beyond Concentration Measures*, Program on Workable Energy Regulation (POWER), University of California Energy Institute, December 1998.
- [5] **J. Villar and H. Rudnick**, *Hydrothermal Market Simulator Using Game Theory: Assessment of Market Power*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No. 1, pp. 91-98, February 2003.
- [6] **S. Stoft**, *Power System Economics*, John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [7] **J. Ignacio Gallegos**, *Evaluación de los Beneficios de Desarrollar la Central Eoloeléctrica la Venta*, Tesis de Maestría, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 1998.
- [8] **Obed Zarate**, *Planeación de la Operación a Mediano Plazo de un Sistema Hidrotérmico*, Tesis de Maestría, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 2005.
- [9] **Guillermo Bautista**, *Planteamiento Estocástico de la Operación a Largo Plazo para un Sistema Hidrotérmico*, Tesis de Maestría, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 2001
- [10] **R. Salvador Gonzalez**, *Programación Óptima de Generación a Corto Plazo para un Sistema Hidrotérmico*, Tesis de Maestría, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 1995.
- [11] **Anselmo Sánchez**, *Metodología para la Solución del Problema de Planeación de Operación a Corto Plazo del Sistema Interconectado Nacional*, Tesis de Maestría, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 1993.
- [12] **Roberto Navarro**, *Metodología para la Evaluación de Estrategias Operativas a Corto Plazo en Sistemas Eléctricos de Potencia*, Tesis de Maestría, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 1989.

-
- [13] **Hooshang Habibollahzadeh**, *Application of Mathematical Programming to Short-Term Operation Planning of Hydrothermal Power Systems*, Ph. D. Thesis, The Royal Institute of Technology, Department of Power Systems Engineering, Stockholm, Sweden, 1984.
- [14] **Hooshang Habibollahzadeh**, *Optimal Short-Term Operation Planning of Hydrothermal Power Systems*, Energy System Laboratory, The Royal Institute of Technology, Department of Power Systems Engineering, Stockholm, Sweden, 1983.
- [15] Modulo de Planeamiento Operativo, *Conceptos basicos de Planeamiento operativo*, **PARSEICA**. PROMON, Seminario 1, Febrero de 1992.
- [16] Modulo de Planeamiento Operativo, *Conceptos avanzado de Planeamiento operativo*, **PARSEICA**. PROMON, Seminario 2, Junio de 1993.
- [17] **N. V. Arvanitidis & J. Rosing**, *Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System*, Paper IEEE, 1970.
- [18] **N. V. Arvanitidis & J. Rosing**, *Optimal Operation of a Multireservoir System Using a Composite Representation*, Paper IEEE, 1970.
- [19] **P. Hernan Corredor**, *Operación Económica de Sistemas de Potencia*, Universidad Pontificia Bolivariana, Fac. de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Serie Nabla-Delta. No. 23, Ed. UPB, Colombia.
- [20] **R. Espinosa Valverde**, *Operación óptima de sistemas hidrotérmicos de generación eléctrica en horizontes de mediano plazo*, Tesis de Maestría. Universidad de Costa Rica, 1993.
- [21] **J. Ignacio Gallegos & R. Mota Palomino**, *Reporte Ejecutivo: Simulador de la operación del complejo hidroeléctrico del río Grijalva*, Instituto Politécnico Nacional.
- [22] **L. A. N. Barroso**, *Esquemas Competitivos en Sistemas Hidrotérmicos*, Tese de MSc, Universidad Federal de Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Maio de 2000
- [23] **Kelman, Barroso, and Pereira**, *Market power assessment and mitigation in hidrothermal systems*, IEEE Transactions on Power Systems 16, pp. 354 – 359.
- [24] **A. Santos, S. Bajay, C. Coelho**, *The use of both agrégate and disaggregate representation for the hydroelectric power plants, in the expansion planning of hidrothermal power systems*, Federal College of Engineering of Itajubá, Brazil, IEEE 1989.
- [25] **S. Borenstein**, *Understanding Competitive Pricing and Market Power in Wholesale Electricity Markets*, University of California, Berkeley, 1999.
-

-
- [26] **D. Watts and H. Rudnick**, *Market Power and Competition in a Hydrothermal System*, IEEE Transactions on Power Systems, 2002.
- [27] **J. Villar Suarez y H. Rudnick**, *Simulador de un Mercado Hidrotérmico utilizando Teoría de Juegos*, Tesis de Magíster en Ciencias, Pontifica Universidad Católica de Chile, Abril 2002.
- [28] **N. Barroso, R. Kelman, R. Lino, M. Pereira, M. Fampa**, *Operacao Descentralizada de Sistemas Hidrotérmicos em Ambiente de Mercado*, Seminario Nacional de Producto e Transmissao de Energía Eléctrica, Sao Paulo Brasil 2001.
- [29] **M. Ventosa and A. Santamaría**, *An iterative algorithm for profit maximization by market equilibrium constraints*, 14th PSCC, Sevilla, 24-28 June 2002.
- [30] **J. Santiago, M. Madrigal, H. Tovar**, *Teoría de Juegos: Estudio del comportamiento estratégico a través del modelo de Cournot con restricciones de transmisión*. RVP Acapulco México 2003.
- [31] **J. Bushnell**, *Water and Power: Hydro Electric Resources in the Era of Competition*, University of California, Energy Institute, 2002.
- [32] **M. Ventosa, V. Rivier, A. Ramos, A. García**, *An MCP Approach for Hydrothermal Coordination In Deregulated Power Markets* Proceedings 2000 IEEE PES Summer Meeting. Vol. 4 pp 2272-2277.
- [33] **R. Fischer**, *Curso de Organización Industrial*, Otoño 2000.
- [34] **S. Borenstein and J. Bushnell**, *An empirical Analysis of the Potential for Market Power in California's Electricity Industry*, Program on Workable Energy Regulation (POWER), University of California Energy Institute, December 1998.
- [35] **R. Patrick and F. Wolak**, *Estimating the Customer-Level Demand for Electricity Under Real-Time Market Prices*, Department of Economics, Stanford University, August 1999.
- [36] **Power Engineering Society**, *Game Theory Applications in Electric Power Markets*, IEEE Power Engineering Society, Winter Meeting, New York 1999.
- [37] **R. Green**, *Competition in Generation: The Economic Foundation*, Proceedings of the IEEE, Vol. 88. no 2. February 2000.

Anexo A Conceptos de Oferta y Demanda

A.1 Introducción

Un *mercado* es un conjunto de compradores y vendedores que, por medio de sus interacciones reales o potenciales, determinan el precio de un producto.

A.2 Elementos básicos de la oferta y la demanda

El modelo básico de oferta y demanda es el caballo de batalla de la microeconomía. Nos ayuda a comprender por qué y cómo varían los precios y qué ocurre cuando interviene el Estado en un mercado.

A.2.1 La curva de oferta

La *curva de oferta*, representada por la curva S de la Figura A.1, muestra la cantidad que están dispuestos los productores a vender de un bien a un precio dado. Tiene pendiente positiva; cuanto más alto es el precio, más pueden y quieren las empresas producir y vender. Si los costes de producción disminuyen, las empresas pueden producir la misma cantidad a un precio más bajo o una cantidad mayor al mismo precio. La curva de oferta se desplaza entonces hacia la derecha.

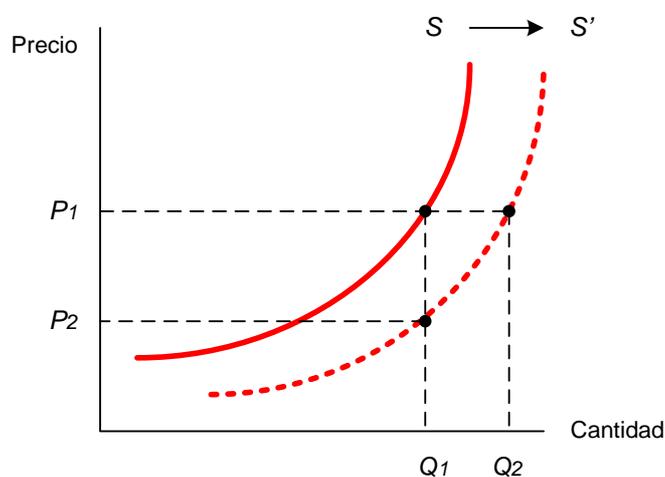


Figura A.1 Curva de oferta

A.2.2 La curva de demanda

La *curva de demanda* indica cuánto están dispuestos a comprar los consumidores de un bien cuando varía el precio. Tiene pendiente negativa; los consumidores quieren comprar una cantidad mayor de un bien cuanto más bajo sea su precio. Si los compradores tuvieran mayor poder adquisitivo y se mantuviera el mismo precio de un producto la cantidad a comprar sería mayor o podrían pagar más por una determinada cantidad de producto.

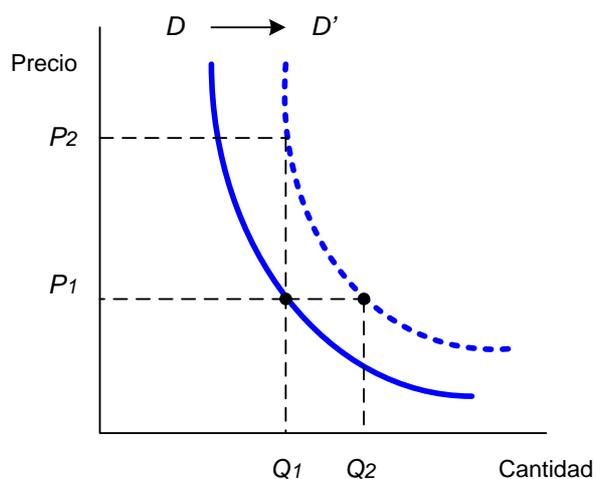


Figura A.2 La curva de demanda

A.3 El equilibrio

Las dos curvas se cortan en el precio y la cantidad de *equilibrio*. A este precio (P_0 en la Figura A.3), la cantidad ofrecida y la demandada son exactamente iguales (Q_0). Si el precio es más alto, P_1 , surge un *excedente*, por lo que baja el precio. Si es más bajo, P_2 , hay *escasez*, por lo que el precio sube.

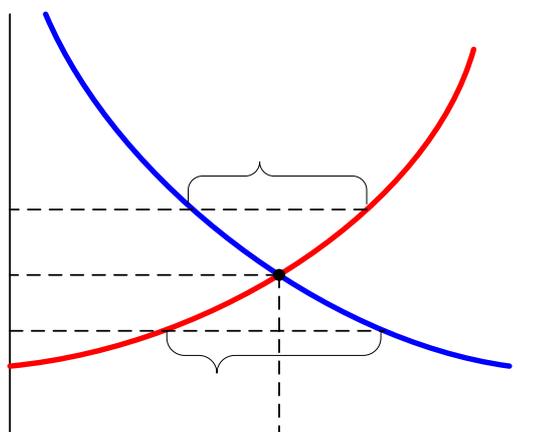


Figura A.3 La oferta y la demanda

A.4 Variaciones del equilibrio del mercado

Ahora veremos cómo varía el equilibrio en respuesta a los desplazamientos de las curvas de oferta y demanda.

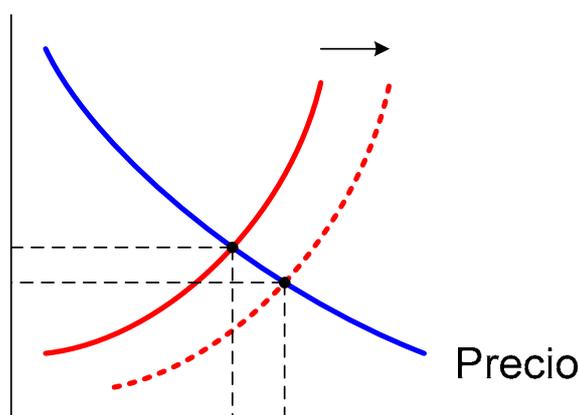


Figura A.4 El nuevo equilibrio tras el desplazamiento de la oferta

En la Figura A.4, la curva de oferta se ha desplazado de S a S' , debido, por ejemplo, a un descenso del precio de las materias primas. Como consecuencia, baja el precio de mercado (de P_1 a P_3) y aumenta la cantidad total producida (de Q_1 a Q_3). Eso es lo que cabría esperar: una disminución de los costes da como resultado una reducción de los precios y un aumento de las ventas (de hecho, las disminuciones graduales de los costes derivadas de los avances tecnológicos y de la mejora de la gestión constituyen importantes fuerzas motrices del crecimiento económico).

La Figura A.5 muestra qué ocurre tras un desplazamiento de la curva de demanda hacia la derecha provocado, por ejemplo, por un aumento del poder adquisitivo. Como se muestra en la Figura A.5, sería de esperar que los consumidores pagaran un precio más alto, P_3 , y que las empresas produjeran una cantidad mayor, Q_3 , cuando aumenta la renta disponible.

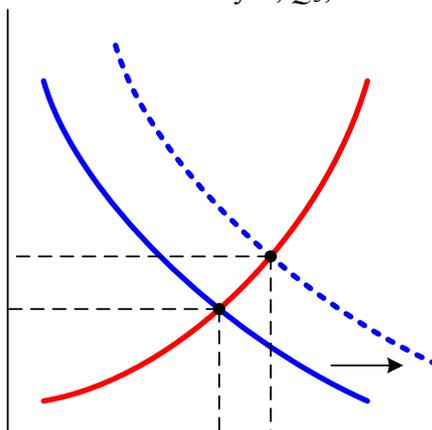


Figura A.5 El nuevo equilibrio tras el desplazamiento de la demanda

En la mayoría de los mercados, tanto la curva de demanda como la de oferta se desplazan de vez en cuando. Los ingresos de los consumidores varían cuando crece la economía (o cuando se contrae durante las recesiones económicas). Las demandas de algunos bienes se

desplazan dependiendo de las estaciones (por ejemplo, los combustibles, trajes de baño, sombrillas), cuando varían los precios de los bienes relacionados con ellos (una subida de los precios del petróleo eleva la demanda de gas natural) o simplemente cuando cambian los gustos. Asimismo, los salarios, los costes de capital y los precios de las materias primas también varían de vez en cuando, desplazando la curva de oferta.

A.5 La elasticidad-precio de la demanda

La *elasticidad* mide la sensibilidad de una variable a otra. Por ejemplo, la *elasticidad-precio de la demanda* mide la sensibilidad de la cantidad demandada a las variaciones del precio. Representando la cantidad y el precio por medio de Q y P , expresamos la elasticidad-precio de la demanda de la siguiente manera:

$$E_p = (\% \Delta Q) / (\% \Delta P) \quad (2.1)$$

donde $\% \Delta Q$ significa simplemente «variación porcentual de Q » y $\% \Delta P$ significa «variación porcentual de P ». La variación porcentual de una variable no es más que la *variación absoluta de la variable dividida por su nivel inicial*. Por lo tanto, también podemos expresar la elasticidad-precio de la demanda de la siguiente manera⁸:

$$E_p = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P} = \frac{P}{Q} \frac{\Delta Q}{\Delta P} \quad (2.2)$$

La elasticidad-precio de la demanda normalmente es una cifra negativa. Cuando sube el precio de un bien, la cantidad demandada normalmente disminuye, por lo que $\Delta Q / \Delta P$ (la variación de la cantidad correspondiente a una variación del precio) es negativa, y lo mismo ocurre con E_p .

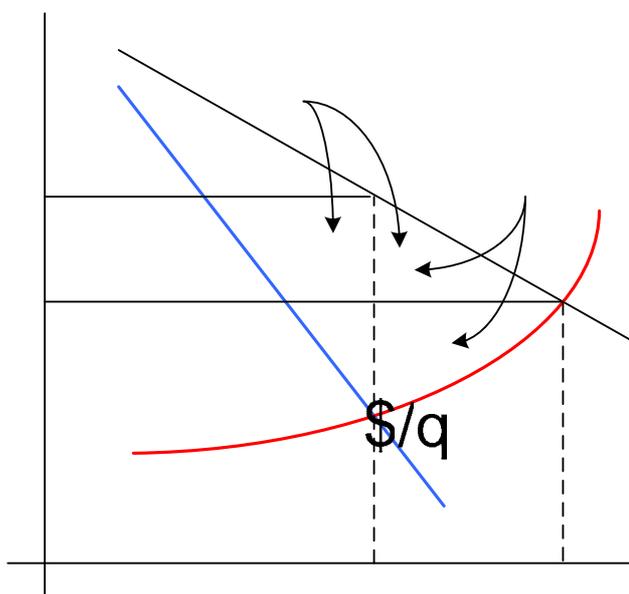
Cuando la elasticidad-precio es mayor que 1, decimos que la demanda es *elástica con respecto al precio* debido a que la disminución porcentual de la cantidad demandada es mayor que la subida porcentual del precio.

A.6 Los costos sociales del poder de mercado

Como hemos visto en un mercado competitivo, el precio es igual al costo marginal. En cambio, el poder de mercado implica que el precio es superior al costo marginal. Dado que los precios son más altos y la cantidad producida es menor, es de esperar que empeore el bienestar de los consumidores y mejore el de las empresas. Pero para saber en realidad que está ocurriendo tenemos que comparar el excedente del consumidor y del productor cuando

⁸ Expresado en variaciones infinitesimales (suponiendo que el valor de ΔP sea muy bajo), $E_p = (P/Q)(\Delta Q/\Delta P)$.

una industria competitiva produce un bien con el excedente que se registra cuando un monopolista abastece a todo el mercado⁹.



Excedente del c

Figura 3.7 Pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el poder de mercado.

La figura 3.7 muestra las curvas de demanda, de ingreso marginal y de costo marginal. Para maximizar los beneficios, la empresa produce en el punto en el que ingreso marginal es igual al costo marginal, por lo que el precio y la cantidad son p^* y q^* . En un mercado competitivo, el precio debe ser igual al costo marginal, por lo que el precio y la cantidad competitivos son, p_c y q_c , se encuentran en el punto de intersección de la curva de demanda y la curva de costo marginal. Veamos ahora cómo varía el excedente si nos desplazamos del precio y la cantidad competitivos, p_c y q_c , al precio y la cantidad monopolista, p^* y q^* .

En el monopolio, el precio es más alto y los consumidores compran menos. Al ser más alto, los consumidores que compran el bien pierden una cantidad de excedente representada por el rectángulo *A*. Los que no compran el bien al precio p^* , pero lo compraban al precio p_c también pierden una cantidad de excedente, a saber, una cantidad representada por el triángulo *B*. La pérdida total de excedente del consumidor es, pues $A+B$. Sin embargo, el productor gana el rectángulo *A* vendiendo a un precio más alto, pero pierde el triángulo *C*, el beneficio adicional que habría obtenido vendiendo $q_c - q^*$ al precio p_c . El aumento total del excedente del productor es, pues, $A-C$. Restando la pérdida de excedente del consumidor del aumento del excedente del productor, vemos una pérdida neta de excedente representada por $B+C$. Es la *pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el poder de mercado*. Aunque el Estado se llevara todos los beneficios del monopolista en impuestos y los redistribuyera entre los consumidores al subsidiar algunos bienes o servicios, habría una ineficiencia porque la producción sería menor que en condiciones competitivas. La pérdida irrecuperable de eficiencia es el costo social de esta ineficiencia

⁹ Si hubiera dos o más empresas y cada una de ellas tuviera algún poder de mercado, el análisis sería más complejo. Sin embargo, los resultados básicos serían los mismos.

Anexo B Ejemplos

Ejemplo B.1: Método directo (Juego por Unidades)

Tabla B.1. Datos de la demanda – ejemplo modelo estático

Parámetro	Precio de referencia [\$ / MWh]	Potencia de referencia [MW]	Elasticidad de la Demanda
Valor	9.0	1050	-0.4

Tabla B.2 Datos del Sistema de 3 Generadores

$C_i(q_i) = a \cdot q^2 + b \cdot q + c$	a	b	c	q_{min} (MW)	q_{max} (MW)
Generador 1	0.00753	2.6998	636.46	100	400
Generador 2	0.00890	3.8260	1169.88	150	600
Generador 3	0.00906	2.4435	590.75	50	200

El primer paso en la solución de nuestro problema es construir nuestra curva de demanda a partir de los datos de referencia para ello utilizaremos las ecuaciones desarrolladas en capítulos anteriores:

$$A = \varepsilon \frac{q_{ref}}{p_{ref}} = \frac{0.4 \times 1050}{9.0} = 46.67$$

$$B = q_{ref} + A \cdot p_{ref} = 1050 + 46.67 \cdot 9.0 = 1470$$

Una vez obtenidos los parámetros de la recta se procede a despejar al precio en función de la cantidad total del mercado:

$$q = 1470 - 46.67 \cdot p \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1470}{46.67} - \frac{q}{46.67}$$

El siguiente paso es encontrar las curvas de reacción de cada participante:

Curva de Reacción del Generador 1

- 1) Calcular los Ingresos Totales (R_{T1}) y Marginales del generador (R_{T1}), para ello hay que recordar que los ingresos totales se consiguen de multiplicar el precio del mercado por la cantidad de producción de ese generador, después, se aplica la condición de optimalidad de primer orden con respecto a la cantidad de producción del generador, en este caso generador 1, para encontrar los ingresos marginales:

$$R_{T1} = p \cdot q_1$$

$$R_{T1} = \left(\frac{1470}{46.67} - \frac{q}{46.67} \right) \cdot q_1 = \left(\frac{1470}{46.67} - \frac{q_1 + q_2 + q_3}{46.67} \right) \cdot q_1$$

$$R_{T1} = \frac{1470}{46.67}q_1 - \frac{q_1^2}{46.67} - \frac{q_1 \cdot q_2}{46.67} - \frac{q_1 \cdot q_3}{46.67}$$

Al aplicar la condición de optimalidad de primer orden con respecto a la cantidad de producción del generador 1, nos queda que los ingresos totales (R_{T1}) se convierten en ingresos marginales (R_{m1}):

$$R_{m1} = \left. \frac{dR_{T1}}{dq_1} \right|_{q_2, q_3 = cte} = \frac{1470}{46.67} - \frac{2q_1}{46.67} - \frac{q_2}{46.67} - \frac{q_3}{46.67}$$

- 2) A continuación se calculan los costos marginales (C_{m1}) del generador 1 a partir de la ecuación cuadrática de costos:

$$C_{T1}(q_1) = 0.00753q_1^2 + 2.6998q_1 + 636.46$$

$$C_{m1}(q_1) = 2(0.00753)q_1 + 2.6998$$

- 3) Luego, una vez obtenidos tanto los costos marginales (C_{m1}) como los ingresos marginales (R_{m1}) se procede a realizar su igualación para obtener su curva de reacción del generador 1, tal como indica el modelo de Cournot:

$$R_{m1} = C_{m1}$$

$$\frac{1470}{46.67} - \frac{2q_1}{46.67} - \frac{q_2}{46.67} - \frac{q_3}{46.67} = 2(0.00753)q_1 + 2.6998$$

Agrupando términos semejantes nos queda:

$$2\left(0.00753 + \frac{1}{46.67}\right)q_1 + \frac{q_2}{46.67} + \frac{q_3}{46.67} = \frac{1470}{46.67} - 2.6998 \quad (B1.1)$$

Al despejar la ecuación anterior en función de q_1 nos queda la ecuación de reacción, sin embargo para el propósito de cálculo la ecuación B1.1 nos queda perfecto.

Siguiendo el procedimiento de tres pasos para conseguir la curva de reacción del generador 1, se obtienen las curvas de reacción de los generadores 2 y 3 mostrando los resultados en las ecuaciones B1.2 y B1.3:

$$\frac{q_1}{46.67} + 2\left(0.00890 + \frac{1}{46.67}\right)q_2 + \frac{q_3}{46.67} = \frac{1470}{46.67} - 3.8260 \quad (B1.2)$$

$$\frac{q_1}{46.67} + \frac{q_2}{46.67} + 2\left(0.00906 + \frac{1}{46.67}\right)q_3 = \frac{1470}{46.67} - 2.4435 \quad (B1.3)$$

Ordenando en forma matricial las ecuaciones B1.1, B1.2 y B1.3 se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} 2\left(0.00753 + \frac{1}{46.67}\right) & \frac{1}{46.67} & \frac{1}{46.67} \\ \frac{1}{46.67} & 2\left(0.00890 + \frac{1}{46.67}\right) & \frac{1}{46.67} \\ \frac{1}{46.67} & \frac{1}{46.67} & 2\left(0.00906 + \frac{1}{46.67}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1470}{46.67} - 2.6998 \\ \frac{1470}{46.67} - 3.8260 \\ \frac{1470}{46.67} - 2.4435 \end{bmatrix}$$

Al resolver este sistema de ecuaciones se obtiene el siguiente resultado:

$$q_1 = 299.8783 \text{ [MW]} \quad q_2 = 250.9805 \text{ [MW]} \quad q_3 = 283.1677 \text{ [MW]}$$

Al llegar a esta parte del problema lo más fácil pero no lo óptimo es ajustar la solución a sus límites operativos de tal manera que la solución que se obtiene es la siguiente:

$$q_1 = 299.8783 \text{ [MW]} \quad q_2 = 250.9805 \text{ [MW]} \quad q_3 = 200.0 \text{ [MW]}$$

$$q_T = 750.85 \text{ [MW]}$$

la cantidad de mercado que fue abastecida son 750.85 MW y el precio del mercado sería de:

$$p^* = \frac{B - q}{A} = \frac{1470 - (750.85)}{46.67} = 15.40906 \quad [\$/\text{MWh}]$$

los costos de cada participante fueron de:

$$C_{T1} = 0.00753(299.87)^2 + 2.6998(299.87) + 636.46 = 2123.4 [\$ / h]$$

$$C_{T2} = 0.00890(250.98)^2 + 3.8260(250.98) + 1169.88 = 2684.7 [\$ / h] \quad C_T = 6249.9 [\$ / h]$$

$$C_{T3} = 0.00906(200)^2 + 2.4435(200) + 590.75 = 1441.8 [\$ / h]$$

los ingresos de cada participante son:

$$R_{T1} = p^* \cdot q_1 = 15.40 \times 299.87 = 4626.1 [\$ / h]$$

$$R_{T2} = p^* \cdot q_2 = 15.40 \times 250.98 = 3860.2 [\$ / h] \quad R_T = 11571.4 [\$ / h]$$

$$R_{T3} = p^* \cdot q_3 = 15.40 \times 200 = 3085.1 [\$ / h]$$

Las ganancias de cada participante son:

$$\Pi_1 = R_{T1} - C_{T1} = 4626.1 - 2123.4 = 2502.7 [\$ / h]$$

$$\Pi_2 = R_{T2} - C_{T2} = 3860.2 - 2684.7 = 1175.5 [\$ / h]$$

$$\Pi_3 = R_{T3} - C_{T3} = 3085.1 - 1441.8 = 1643.2 [\$ / h]$$

$$\Pi_T = 5321.5 [\$ / h]$$

Ejemplo 2: Generalizando para (n) número de generadores

Curva de Demanda

$$q = B - A \cdot p$$

Despejando el precio nos queda:

$$p = \frac{B - q}{A}$$

Los costos de los generadores están dados por las curvas de entrada salida:

$$C_1(q_1) = a_1 \cdot q_1^2 + b_1 \cdot q_1 + c_1$$

$$C_2(q_2) = a_2 \cdot q_2^2 + b_2 \cdot q_2 + c_2$$

$$C_3(q_3) = a_3 \cdot q_3^2 + b_3 \cdot q_3 + c_3$$

Como mencionamos antes el primer paso en la solución de nuestro problema es encontrar la curva de reacción de cada participante:

- 1) Calcular los Ingresos Totales (R_{T1})

$$R_{T1} = p \cdot q_1$$

$$R_{T1} = \left(\frac{B}{A} - \frac{q}{A} \right) \cdot q_1 = \left(\frac{B}{A} - \frac{q_1 + q_2 + q_3}{A} \right) \cdot q_1$$

$$R_{T1} = \frac{B}{A} q_1 - \frac{q_1^2}{A} - \frac{q_1 \cdot q_2}{A} - \frac{q_1 \cdot q_3}{A}$$

Al aplicar la condición de optimalidad de primer orden con respecto a la cantidad de producción del generador 1, nos queda que los ingresos totales (R_{T1}) se convierten en ingresos marginales (R_{m1}):

$$R_{m1} = \frac{dR_{T1}}{dq_1} \Big|_{q_2, q_3 = cte} = \frac{B}{A} - \frac{2q_1}{A} - \frac{q_2}{A} - \frac{q_3}{A}$$

- 2) A continuación se calculan los costos marginales (C_{m1}) del generador 1 a partir de la ecuación cuadrática de costos:

$$C_{T1} = C_1(q_1) = a_1 \cdot q_1^2 + b_1 \cdot q_1 + c_1$$

$$C_{m1}(q_1) = 2a_1 \cdot q_1 + b_1$$

- 3) Luego, una vez obtenidos tanto los costos marginales (C_{m1}) como los ingresos marginales (R_{m1}) se procede a realizar su igualación para obtener su curva de reacción del generador 1, tal como indica el modelo de Cournot:

$$R_{m1} = C_{m1}$$

$$\frac{B}{A} - \frac{2q_1}{A} - \frac{q_2}{A} - \frac{q_3}{A} = 2a_1 \cdot q_1 + b_1$$

Agrupando términos semejantes nos queda:

$$2\left(a_1 + \frac{1}{A}\right)q_1 + \frac{q_2}{A} + \frac{q_3}{A} = \frac{B}{A} - b_1 \quad \text{B1.4}$$

Siguiendo el procedimiento de tres pasos para conseguir la curva de reacción del generador 1, se obtienen las curvas de reacción de los generadores 2 y 3 mostrando los resultados en las ecuaciones B1.5 y B1.6:

$$\frac{q_1}{A} + 2\left(a_2 + \frac{1}{A}\right)q_2 + \frac{q_3}{A} = \frac{B}{A} - b_2 \quad \text{B1.5}$$

$$\frac{q_1}{A} + \frac{q_2}{A} + 2\left(a_3 + \frac{1}{A}\right)q_3 = \frac{B}{A} - b_3 \quad \text{B1.6}$$

Ordenando en forma matricial las ecuaciones B1.4, B1.5 y B1.6 se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} 2\left(a_1 + \frac{1}{A}\right) & \frac{1}{A} & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{A} & 2\left(a_2 + \frac{1}{A}\right) & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & 2\left(a_3 + \frac{1}{A}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B}{A} - b_1 \\ \frac{B}{A} - b_2 \\ \frac{B}{A} - b_3 \end{bmatrix}$$

Generalizando para (n) generadores se tendría:

$$\begin{bmatrix} 2\left(a_1 + \frac{1}{A}\right) & \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & K & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{A} & 2\left(a_2 + \frac{1}{A}\right) & \frac{1}{A} & K & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & 2\left(a_3 + \frac{1}{A}\right) & L & \frac{1}{A} \\ M & M & M & O & M \\ \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & \frac{1}{A} & L & 2\left(a_n + \frac{1}{A}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ M \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{B}{A} - b_1 \\ \frac{B}{A} - b_2 \\ \frac{B}{A} - b_3 \\ M \\ \frac{B}{A} - b_n \end{bmatrix}$$

Ejemplo 3: Dedución de la ecuación de reacción utilizada en el método iterativo

La cantidad que producirá el generador i es igual a la cantidad total del mercado menos la cantidad de todos los participantes, esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$q_i = B - A \cdot p - \sum_{k \neq i} q_k \quad \text{B1.7}$$

Despejando la ecuación B1.7 en función del precio nos queda:

$$p = \frac{\left(B - \sum_{k \neq i} q_k\right)}{A} - \frac{q_i}{A} \quad \text{B1.8}$$

Recordemos que el primer paso es encontrar la curva de reacción de cada generador, en este caso del generador i :

- 1) Calcular los Ingresos Totales (R_{Ti})

$$R_{Ti} = p \cdot q_i$$

$$R_{Ti} = \left(\frac{B - \sum_{k \neq i} q_k}{A} - \frac{q_i}{A} \right) \cdot q_i = \left(\frac{B - \sum_{k \neq i} q_k}{A} \right) \cdot q_i - \frac{q_i^2}{A}$$

Al aplicar la condición de optimalidad de primer orden con respecto a la cantidad de producción del generador i , nos queda que los ingresos totales (R_{Ti}) se convierten en ingresos marginales (R_{mi}):

$$R_{mi} = \left. \frac{dR_{Ti}}{dq_i} \right|_{q_k = cte} = \frac{B - \sum_{k \neq i} q_k}{A} - \frac{2q_i}{A}$$

- 2) A continuación se calculan los costos marginales (C_{mi}) del generador i a partir de la ecuación cuadrática de costos:

$$C_{Ti} = C_i(q_i) = a_i \cdot q_i^2 + b_i \cdot q_i + c_i$$

$$C_{mi}(q_i) = 2a_i \cdot q_i + b_i$$

- 3) Luego, una vez obtenidos tanto los costos marginales (C_{mi}) como los ingresos marginales (R_{mi}) se procede a realizar su igualación para obtener su curva de reacción del generador i , tal como indica el modelo de Cournot:

$$R_{mi} = C_{mi}$$

$$\frac{B - \sum_{k \neq i} q_k}{A} - \frac{2q_i}{A} = 2a_i \cdot q_i + b_i$$

Agrupando términos semejantes nos queda:

$$\frac{1}{A} \left(B - \sum_{k \neq i} q_k \right) - b_i = 2 \left(a_i + \frac{1}{A} \right) \cdot q_i$$

Despejamos la cantidad de producción del generador i :

$$q_i = \frac{\frac{1}{A} \left(B - \sum_{k \neq i} q_k \right) - b_i}{2 \left(a_i + \frac{1}{A} \right)}$$

B1.9

A la ecuación B1.9 se le conoce como curva de Reacción del Generador i , la cual tiene la particularidad que su producción está en función de la producción del mercado y de la producción de sus competidores.

Las variables que componen a la ecuación B1.9 son conocidas, los parámetros de la curva de demanda son constantes (B, A), los parámetros del generador no cambian (a_i, b_i), los únicos que cambian en cada iteración son la producción de cada participante, de tal manera que son éstos los que se actualizan en cada iteración.

Para observar como es que funciona dicha ecuación se resolverá el ejemplo con el método iterativo.

Ejemplo 4: Método iterativo (Juego por Unidades)

Los datos que utilizaremos son los mismos del ejemplo 1, los cuales se presentan a continuación:

Curva de demanda

$$q = B - A \cdot p$$

$$q = 1470 - 46.67 \cdot p$$

Tabla B.2 Datos del Sistema de 3 Generadores

$C_i(q_i) = a \cdot q^2 + b \cdot q + c$	a	b	c	q_{min} (MW)	q_{max} (MW)
Generador 1	0.00753	2.6998	636.46	100	400
Generador 2	0.00890	3.8260	1169.88	150	600
Generador 3	0.00906	2.4435	590.75	50	200

La curva de reacción que enfrenta cada generador es:

$$q_i = \frac{\frac{1}{A} \left(B - \sum_{k \neq i} q_k \right) - b_i}{2 \left(a_i + \frac{1}{A} \right)}$$

Recordar que en iteración cero nadie produce energía:

$$q_1^0 = q_2^0 = q_3^0 = 0.0$$

Iteración 1

$$q_1^1 = \frac{\frac{1}{46.67} (1470 - 0) - 2.6998}{2 \left(\frac{1}{46.67} + 0.00753 \right)} = 497.264 \quad q_1^1 = 400.0$$

Sin embargo la solución que arroja la curva de reacción se encuentra fuera de límite así que se ajusta, en este caso, en su límite máximo (400 MW).

$$q_2^1 = \frac{\frac{1}{46.67} (1470 - 400) - 3.8260}{2 \left(\frac{1}{46.67} + 0.00890 \right)} = 314.96 \quad q_2^1 = 314.96$$

Para el generador 2 la solución se encuentra dentro de sus límites, así que se deja la solución tal como se arroja de la curva de reacción.

$$q_3^1 = \frac{\frac{1}{46.67}(1470 - 714.96) - 2.4435}{2\left(\frac{1}{46.67} + 0.00906\right)} = 225.27 \quad q_3^1 = 200.0$$

La solución obtenida para el generador 3 se encuentra fuera de rango, así que se ajusta en su límite (200 MW).

Iteración 2.

$$q_1^2 = \frac{\frac{1}{46.67}(1470 - 514.96) - 2.6998}{2\left(\frac{1}{46.67} + 0.00753\right)} = 306.74 \quad q_1^2 = 306.74$$

$$q_2^2 = \frac{\frac{1}{46.67}(1470 - 506.74) - 3.8260}{2\left(\frac{1}{46.67} + 0.00890\right)} = 277.23 \quad q_2^2 = 277.23$$

Se debe notar que los datos que toma el generador 2 son: la producción de generador 1 de iteración 2 (q_1^2) y la producción del generador 3 de iteración 1 (q_3^1).

$$q_3^2 = \frac{\frac{1}{46.67}(1470 - 714.96) - 2.4435}{2\left(\frac{1}{46.67} + 0.00906\right)} = 271.31 \quad q_3^2 = 271.31$$

Iteración 3.

$$q_1^3 = \frac{\frac{1}{46.67}(1470 - 477.23) - 2.6998}{2\left(\frac{1}{46.67} + 0.00753\right)} = 320.70 \quad q_1^3 = 320.70$$

$$q_2^3 = \frac{\frac{1}{46.67}(1470 - 520.70) - 3.8260}{2\left(\frac{1}{46.67} + 0.00890\right)} = 272.30 \quad q_2^3 = 272.30$$

$$q_3^3 = \frac{\frac{1}{46.67}(1470 - 714.96) - 2.4435}{2\left(\frac{1}{46.67} + 0.00906\right)} = 268.12 \quad q_3^3 = 200.00$$

En la siguiente tabla se muestran el resto de iteraciones:

Iteración	q_1 [MWh]	q_2 [MWh]	q_3 [MWh]
0	0	0	0
1	400	314.92	200
2	306.74	277.21	200
3	320.70	272.30	200
4	322.52	271.64	200
5	322.74	271.55	200
6	322.79	271.54	200
7	322.79	271.54	200

Tabla B.3 Solución por el método iterativo

Las iteraciones deben continuar hasta que ninguna central tenga incentivos para cambiar su nivel de generación dada la oferta de las demás unidades, lo que representa, por definición, un equilibrio de Nash. En la práctica, el proceso termina cuando la diferencia entre las ofertas observadas entre una iteración y la anterior es menor a un cierto nivel de tolerancia, ya que de otro modo se podría seguir el proceso infinitamente con cambios infinitesimales en las cantidades. Cuando se produce la convergencia se tiene un valor de equilibrio para el precio de mercado p^* y para cada una de las cantidades producidas q_i^* .

Variable	p [\$/MWh]	q_1 [MW]	q_2 [MW]	q_3 [MW]
Valor	14.4783	322.79	271.54	200.00

$$q_T = 794.35$$

Generador	C_{Ti} [\$/h]	R_{Ti} [\$/h]	Π_i [\$/h]
1	2292.6	4673.6	2381.0
2	2865.1	3931.5	1066.4
3	1441.8	2895.7	1453.8

Tabla B.4 Tabla de los resultados de Beneficio y Costo

$$\Pi_T = 4901.2 \text{ [$/h]}$$

Si comparamos el método directo (Ejemplo 1) con el método iterativo (Ejemplo 4) tenemos:

Método	P [\$/MWh]	q_T [MW]	Π_T [\$/h]
Directo	15.4090	750.85	5321.5
Iterativo	14.4783	794.35	4901.2

Tabla B.5 Tabla comparativa de resultados

De estos dos ejemplos podemos observar que el método iterativo obtiene precios más bajos, abastece más mercado y por tanto los productores reciben menos ganancia.

Anexo C Programación Dinámica

C.1 Consideraciones para la Implementación

1. El espacio de estados y decisiones está definido en términos de volúmenes y el espacio de etapas en meses.
2. La variable de decisión se discretiza en ΔU que pueden o no ser uniformes.
3. Se consideran a los volúmenes de los embalses como las variables de estado " X_k " con los k posibles estados de los volúmenes de los embalses.
4. La variable de estado se acota con los niveles máximo y mínimo de almacenamiento (VNAMO y VNAMINO) que pueden ser definidos incluso diferentes a los nominales del embalse.
5. La variable de estado se discretiza en incrementos ΔX que pueden o no ser uniformes.
6. Se puede definir una función de remuneración para el estado final del embalse, establecer valores discretos de remuneración por cada estado final posible, o en su defecto; asignar costo cero de remuneración por estado final.
7. Las interpolaciones requeridas en el proceso se realizan por segmentos lineales entre los dos puntos adyacentes al valor calculado.
8. La naturaleza de los costos de generación termoeléctrica pueden estar dados por una función continua, o bien, por medio de valores discretos.

C.2 Consideraciones para la Implementación

El programa computacional para la metodología de optimización esta conformado básicamente por 4 módulos, estos se muestran en la figura C.1

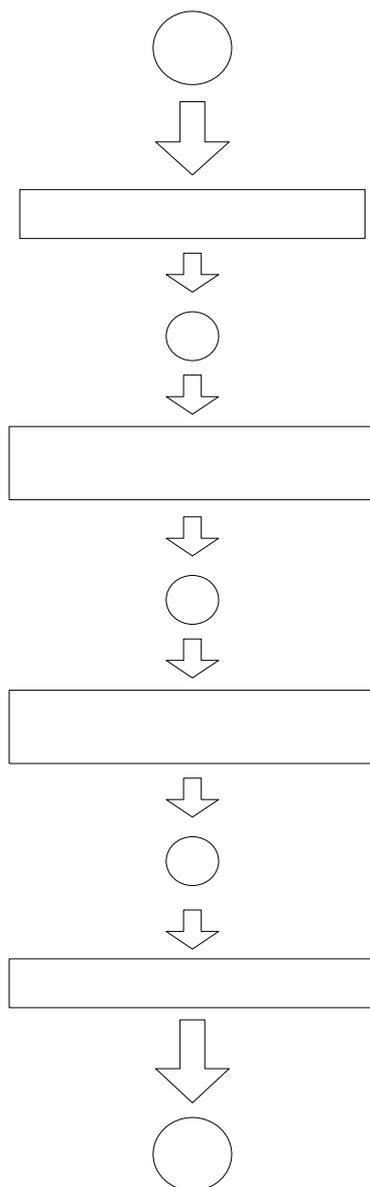
Lectura de datos.

En esta parte el programa lee los siguientes datos.

- Condición inicial
- Horizonte de planeación
- No. de discretizaciones del espacio de estado
- No. de discretizaciones del espacio de turbinamientos
- Niveles máximo y mínimo de volumen almacenado
- Pérdidas promedio mensuales del embalse
- Espacio activo de estados en términos de nivel y de volúmenes almacenados
- Curva Nivel - Consumo específico

- Espacio activo de turbinamientos
- Serie histórica de aportaciones
- Demandas mensuales

Para resolver el problema de optimización (PD), se procede de la siguiente forma:



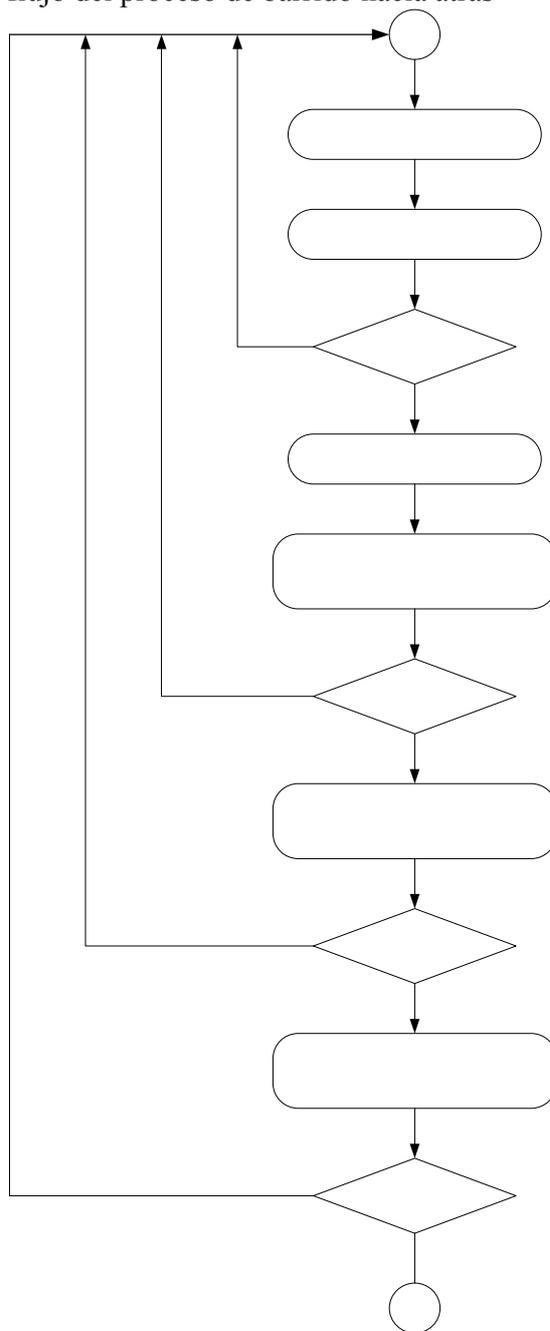
Lectura de datos caract

Figura C.1 Diagrama de flujo de la Metodología de Optimización

Análisis hacia atrás

En esta parte del programa se realiza el análisis de todas las posibilidades de decisión para cada uno de los estados del embalse y para cada una de las etapas. Localizándose la decisión óptima para cada etapa con su costo operativo asociado. El procedimiento se representa en la figura B.2

Figura C.2. Diagrama de flujo del proceso de barrido hacia atrás



De manera general, el proceso hacia atrás puede ser descrito por los siguientes pasos:

-
-
- a) Costos de remuneración. Estos costos son asociados exclusivamente al estado final del embalse; la finalidad es tener cierto criterio para que el estado final del embalse sea lo más alto posible. Estos costos pueden estar dados por una función de remuneración o pueden ser dados de una manera cuantizada para cada uno de los estados discretos; o más aun se les puede asignar un valor de cero.
- b) Calculo del estado actual. Se analizan los estados del sistema por etapa para cada uno de los turbinamientos, esto se hace sobre la base de la ecuación de continuidad del embalse.
- c) Restricciones.
- i) De Volumen Máximo almacenado (VNAMO) y de volumen mínimo almacenado (VNAMINO). Estas restricciones condicionan las decisiones que llevan al embalse a un estado fuera de las cotas establecidas previamente para la optimización. La restricción de volumen mínimo evita vaciamientos totales del embalse eliminando las decisiones que las generaron. Y la restricción del volumen máximo se afecta por un costo mayor al estado que viola la restricción para que de este modo este estado tenga menor posibilidad de ser seleccionado, debido a que este estado provocaría un vertimiento lo cual representa un desperdicio de recursos.
 - ii) De volumen máximo turbinado (TURMAX). Esta restricción limita los niveles de generación de energía hidroeléctrica la cual esta determinad no por las condiciones del embalse sino por las características de los generadores (esta característica se refleja en la curva Nivel-Potencia).
 - iii) Capacidad máxima de generación termoeléctrica (CAPGT). Esta restricción acota el soporta de generación termoeléctrica que el embalse puede tener. Cuando el sistema requiere más generación térmica que la establecida, se activa la bandera de déficit energético.
 - iv) Restricción de demanda. Esta restricción se utiliza para detectar aquellas decisiones que llevan a una generación hidroeléctrica mayor a la solicitada. Cuando este caso se llega a presentar se realiza un ajuste lineal en el turbinamiento de modo que se complete la demanda.
- d) Ajuste del consumo específico. Se determina por interpolación para el estado actual calculado y se ajusta continuamente a medida que el nivel del embalse se modifica.
- e) Cálculo de generación hidroeléctrica.
- f) Módulo de Búsqueda. Posteriormente se calcula el costo de la generación termoeléctrica (el cual se define como el costo actual), y entonces se determina el costo acumulado hasta la etapa actual. Sobre la base de este último costo se realiza el proceso de búsqueda del costo mínimo y la ubicación de su correspondiente turbinamiento. El

programa determina los costos asociados a cada una de las decisiones que llevaron a estados no factibles se les asigna un costo alto para que de esta manera queden desechadas. Posteriormente tanto las decisiones óptimas y sus respectivos costos son almacenados para ser utilizados por el proceso de evaluación hacia delante.

- a) Para cada etapa t (generalmente 1 hora) se define un conjunto finito de estados de almacenamientos de la central hidroeléctrica. En la definición de estos estados se debe considerar que la energía disponible para el horizonte de estudio es un valor fijo y menor que la capacidad total de almacenamiento del embalse.
- b) Se comienza en la última etapa T . Como el agua debe utilizarse totalmente en el horizonte de estudio, en la etapa siguiente ($T+1$). Por tanto, para cada estado de almacenamiento r se determinan los costos de pasar a la etapa ($T+1$), es decir, de ocupar toda el agua disponible que quedaba. Para calcular los costos asociados a este traspaso se hace uso del modelo estático desarrollado en el capítulo anterior,

Análisis hacia adelante.

En esta parte del programa se reconstruye la política óptima de decisión (turbinamientos), y la trayectoria óptima (secuencia de estados); también se calculan los costos de operación del embalse. El procedimiento se presenta en la figura B.3.

- a) *Condiciones iniciales.* Partiendo del estado inicial del embalse y del turbinamiento para la primera etapa de cálculo en el análisis hacia atrás, se calcula el estado del embalse, las generaciones hidroeléctrica, termoeléctrica y el costo operativo de la primera etapa.
- b) Cálculo del estado actual. Se determina el estado del embalse para cada una de las etapas tomando el turbinamiento óptimo que se determinó en el proceso hacia atrás.
- c) Cálculo de Vertimientos. Después de calculado el estado del sistema se verifican las restricciones que se describieron en el proceso hacia atrás. Si la restricción de volumen máximo permitido es violada, al estado calculado se le asigna un volumen igual al máximo permitido para que de esta manera este estado sea permitido y el exceso de volumen entre el estado calculado y el volumen máximo permitido se determina como vertimiento del embalse para esa etapa.
- d) Cálculo de la decisión óptima. Los turbinamientos a utilizarse en cada etapa se calculan sobre la base de su correspondiente estado actual del embalse que se determinó en el modulo 2. Esto se realiza con una búsqueda del turbinamiento óptimo en el espacio de turbinamientos óptimos definido por el proceso hacia atrás.
- e) Cálculo de generación hidroeléctrica.
- f) Cálculo de la trayectoria óptima. Se determinan los niveles de embalse mediante una interpolación basada en los estados calculados por cada etapa.

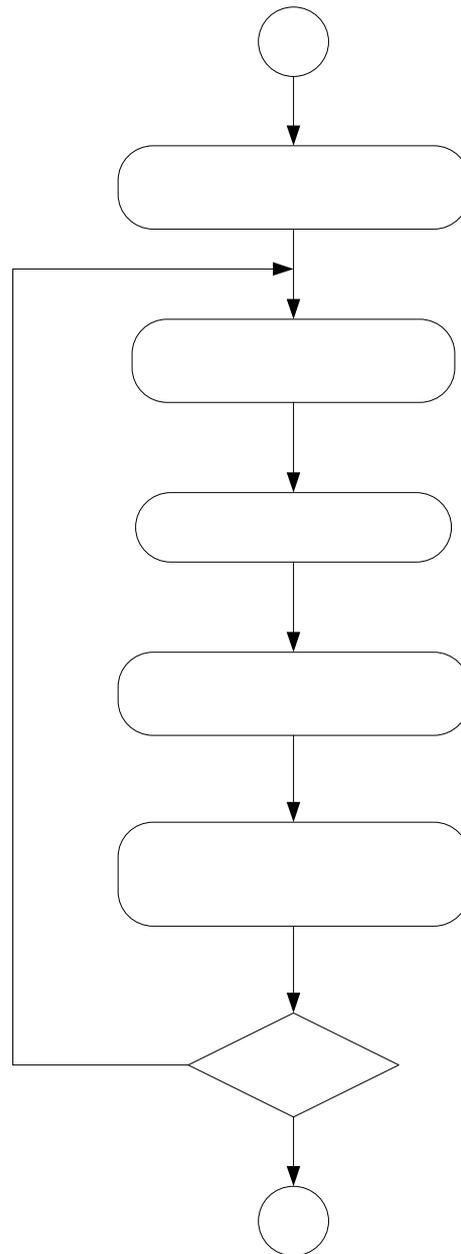


Figura C.3 Diagrama de flujo del módulo del proceso hacia delante.

Subrutina de Interpolación.

A lo largo de la metodología de optimización se requiere de procesos de interpolación para ajustar los valores actuales calculados de los costos, volúmenes, estados y turbinamientos.

Una técnica estándar de análisis numérico para interpolación es una aproximación polinomial, para el cual una gran cantidad de métodos y fórmulas se pueden encontrar en la literatura. Por razones prácticas, solamente la más simple de las fórmulas ha tenido un uso amplio en la metodología de la Programación Dinámica.

Se estab

Cálculo
k-

Cálculo

Cálculo
óptimo

A continuación se presentan los valores característicos típicos promedios del embalse Belisario Domínguez (La Angostura)

Nivel (msnm)	Volumen (Millones de m3)	Consumo Específico (m3/kWh)
500.00	2379.53	5.17
501.00	2633.45	5.17
502.00	2887.37	5.10
503.00	3141.29	5.03
504.00	3395.21	4.96
505.00	3649.13	4.89
506.00	3903.05	4.83
507.00	4156.97	4.77
508.00	4410.89	4.71
509.00	4664.81	4.65
510.00	4918.73	4.59
511.00	5275.73	4.53
512.00	5632.73	4.48
513.00	5989.73	4.43
514.00	6346.73	4.38
515.00	6703.73	4.33
516.00	7117.39	4.29
517.00	7531.05	4.24
518.00	7944.71	4.20
519.00	8358.37	4.16
520.00	8772.03	4.12
521.00	9242.34	4.08
522.00	9712.64	4.04
523.00	10182.94	4.01
524.00	10653.25	3.97
525.00	11123.56	3.94
526.00	11652.20	3.91
527.00	12180.80	3.88
528.00	12709.48	3.85
529.00	13238.12	3.83
530.00	13766.76	3.80
531.00	14360.89	3.78
532.00	14955.03	3.76
533.00	15549.16	3.74
534.00	16143.30	3.72
535.00	16737.43	3.70

Tabla C.1 Nivel, Volumen, Consumo específico


```

end
end %Inicializo el vector que contendra las iteraciones de la produccion de c/generador

for i=1:ng
    Qgameover(i,1,1)=Q(i,1);
end %Guardo los valores de la iteracion uno en el vector antes mencionado

% !!!!!!! Lo pongo a iterar hasta 6 como en el ejemplo

for k=2:8
    for i=1:ng
        auxqgame=0.0;
        for j=1:ng
            if i < j %Mientras el generador i sea menor al barrido de j va a tomar
                auxqgame = auxqgame + Qgameover(j,1,k-1); % datos de la iteracion anterior
            elseif i > j %Mientras el generador i sea mayor al barrido de j va a tomar
                auxqgame = auxqgame + Qgameover(j,1,k); % datos de la iteracion actual
            end
        end
        Qgameover(i,1,k)=((B-auxqgame)/A)-b(i,1)/unitgame(i,i);

        if Qgameover(i,1,k) > qmax(i,1)
            Qgameover(i,1,k) = qmax(i,1);
        elseif Qgameover(i,1,k) < qmin(i,1) %Para poner en su limite de iteracion 2 en adelante
            Qgameover(i,1,k) = qmin(i,1);
        end

        end %Queda (pendiente) el ponerlo a iterar hasta que la diferencia entre
end %cada iteracion sea igual o menor a una cierta tolerancia
    %debido que hasta ahora yo le digo cuantas iteraciones hacer

Q(:,1)=Qgameover(:,1,8);
Q

%Si quiero el metodo iterativo tengo que quitar comentarios a esta parte
%del programa y comentar la parte del metodo directo o viceversa
%!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
%Esta parte es para corregir la cantidad, ya sea para el metodo iterativo o
%del metodo directo

for i=1:ng
    if Q(i,1) > qmax(i,1)
        Q(i,1) = qmax(i,1);
    elseif Q(i,1) < qmin(i,1)
        Q(i,1) = qmin(i,1);
    end
end
Q
%!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
%!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
Qttotal=0.0;
for i=1:ng
    Qttotal=Qttotal+Q(i,1);
end
precio=(B-Qttotal)/A;
precio
%!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
%!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
for i=1:ng,
    uno=a(i,1)*Q(i,1)*Q(i,1);
    dos=b(i,1)*Q(i,1);
    costoq(i,1)=(uno+dos+c(i,1));
    ingreso(i,1)=precio*Q(i,1);
    Gana(i,1)=ingreso(i,1)-costoq(i,1);
end %Obtener ganancia
Gana %Si la ganancia de un generador no es positiva
    %hay que inhabilitarlo para la oferta agregada (pendiente)
    %Aunque dada la estrategia que se usa, pienso que
    %de cualquier manera todos los generadores van a
    %jugar y obtener beneficios

```

Este es el programa principal de Programación Dinámica de Mínimo Costo, el cual utiliza cinco subrutinas: Datos, Interpola, Busca, MinCosto, Grafica.

```
% CHT Min Costo
%Revision 15 de Mayo 2007, 20:00 hrs
%Se puso las lineas necesarias para calcular el beneficio hidro (Betapa)

% k Etapas
% j Volumen
% i Turbinamientos
% CostoF(.) Costo Futuro, es el costo por llegar a la siguiente etapa, CT
% CF(.) Es un valor mas preciso del CostoF, obtenido por interpolacion
% CA(.) Costo actual, es el costo de las termo
% BA(.) Beneficio actual, el la ganancia obtenidas de las termo
% pMWh(.) Pesos por MWh, precio de la energia obtenido del despacho termo
% CT(.,.) Costo total, lleva el control de las penalizaciones, CA+CF
% COBkw() lleva la historia de los costos operativos por estado y por etapa
% vol(.) Volumen
% U(.) Turbinamiento
% CE(.) Consumo especifico
% GH(.) Generacion hidro
% GT(.) Generacion termo
% COetapa(.) Costo por etapa, obtenido de un despacho termo
% Betapa(.) Beneficio por etapa, obtenido de gen hidro por el precio
% del mercado.
% PMWh(.) Pesos por MWh, precio de la energia obtenido del despacho termo

clear,clc
datos;

%Funcion de Remuneracion
for j=1:Dscvol
    CostoF(j,Netapas)=-(vi(j,1))^0.5;
end

%Discretizacion de turbinamiento
uaux=Umax/Dscuu;
uu(1,1)=0.0;
for i=2:Dscuu+1
    uu(i,1)=uu(i-1,1)+uaux;
end

conesp=zeros(Dscuu+1,1);
gh=zeros(Dscuu+1,1);
gt=zeros(Dscuu+1,1);
CA=zeros(Dscuu+1,1);
CF=zeros(Dscuu+1,1);
BA=zeros(Dscuu+1,1);

%!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
% PROCESO BAKCWARD
%!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
for k=Netapas-1:-1:1 %Discretizacion de etapas
    for j=1:Dscvol %Discretizacion de volumen
        sos=0.0;
        for i=1:Dscuu+1 %Discretizacion de turbinamientos

            vf(i,1)=vi(j,1)+Apt(k,1)-uu(i,1); %Ecuacion de continuidad

            if vf(i,1) < Vmin %Evito vaciamientos
                CT(i,j,k)=190000;% CA(i,1)=1900; CF(i,k)=1900;
            elseif vf(i,1) > Vmax %Evito vertimientos
                CT(i,j,k)=290000; %CA(i,1)=2900; CF(i,k)=2900;
            else
                [auxCE1]=Interpola(vi(j,1),vi(:,1),ccee(:,1));
                [auxCE2]=Interpola(vf(i,1),vi(:,1),ccee(:,1));
                conesp(i,1)=(auxCE1+auxCE2)/2;
                %Subrutina para interpolar el consumo especifico dependiendo del nivel

                gh(i,1)= 1000 * uu(i,1) / conesp(i,1);

                if gh(i,1) > Dem(k,1) %Evito gt negativa
                    CT(i,j,k)=390000; %CA(i,1)=3900; CF(i,k)=3900;
                else
                    gt(i,1)=Dem(k,1)-gh(i,1); %Generacion Termoelectrica

                    [CA(i,1),BA(i,1),pMWh(i,1)]=MinCosto(gt(i,1));
                    %En esta subrutina se calcula la minimizacion de costos

                    [CF(i,1)]=Interpola(vf(i,1),vi(:,1),CostoF(:,k+1));
                    %En esta subrutina se interpola el Costo Futuro

                    CT(i,j,k)=CA(i,1)+CF(i,1);
                    %Suma del costo actual + costo futuro
                    sos=sos+1.0;
                end
            end
        end
    end
end

end
%Antes de pasar al siguiente estado, es necesario evaluar cual fue
```



```

¡!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
ARCHIVO DE DATOS
¡!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
%Version sencilla
Vmax=16737.53;
Vmin=2379.53;
Umax=2680.0;
Dscuu=500;          %Discretizacion de turbinamiento
Estadoinicial=28;
evapora=0.0;

```

```

NVC=[500 2379.53 5.17;
501 2633.45 5.17;
502 2887.37 5.10;
503 3141.29 5.03;
504 3395.21 4.96;
505 3649.13 4.89;
506 3903.05 4.83;
507 4156.97 4.77;
508 4410.89 4.71;
509 4664.81 4.65;
510 4918.73 4.59;
511 5275.73 4.53;
512 5632.73 4.48;
513 5989.73 4.43;
514 6346.73 4.38;
515 6703.73 4.33;
516 7117.39 4.29;
517 7531.05 4.24;
518 7944.71 4.20;
519 8358.37 4.16;
520 8772.03 4.12;
521 9242.34 4.08;
522 9712.64 4.04;
523 10182.94 4.01;
524 10653.25 3.97;
525 11123.56 3.94;
526 11652.20 3.91;
527 12180.80 3.88;
528 12709.48 3.85;
529 13238.12 3.83;
530 13766.76 3.80;
531 14360.89 3.78;
532 14955.03 3.76;
533 15549.16 3.74;
534 16143.30 3.72;
535 16737.43 3.70];

```

```

nivel(:,1)=NVC(:,1); %Nivel
vi(:,1)=NVC(:,2); %Estados de volumen
ccee(:,1)=NVC(:,3); %Consumo especifico
Dscvol=length(vi); %Discretizacion de volumen

```

```

Apt=[298;
218;
213;
190;
284;
798;
1147;
1492;
2312;
1809;
691;
421;

298;
218;
213;
190;
284;
798;
1147;
1492;
2312;
1809;
691;
421;

298;
218;
213;
190;
284;
798;
1147;
1492;
2312;
1809;
691;
421;

```

```
298;
218;
213;
190;
284;
798;
1147;
1492;
2312;
1809;
691;
421];    %Aportaciones

Netapas=length(Apt)+1;
% for i=1:Netapas-1
%   Dem(i,1)=250000;
% end

Dem=[222035;
206356;
228921;
239515;
253545;
260000;
258053;
258589;
250564;
244691;
227559;
229823;

222035;
206356;
228921;
239515;
253545;
260000;
258053;
258589;
250564;
244691;
227559;
229823;

222035;
206356;
228921;
239515;
253545;
260000;
258053;
258589;
250564;
244691;
227559;
229823;

222035;
206356;
228921;
239515;
253545;
260000;
258053;
258589;
250564;
244691;
227559;
229823];

j!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
SUBRUNITA BUSCA
j!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

function [CCFF, UxU]=Busca(CCTT, uxu)

n=length(CCTT); %n corresponde con el numero de turbinamientos

aux1=CCTT(1,1);
aux2=uxu(1,1);

for i=2:n
    if CCTT(i,1)>aux1
        aux1=CCTT(i,1);
        aux2=uxu(i,1);
    end
end

CCFF=aux1;
UxU=aux2;
```

```

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
INTERPOLA
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
function [CCFF]=Interpola(vvf,vini,CostoFF)

% Esta subrutina tiene como objetivo interpolar los costos en base a
% los costos de la etapa anterior

n=length(vini);

for LL=1:n, %Ubica posicion inferior del vol final con respecto a la discretizacion del embalse
    if (vvf<= vini(LL,1)),
        break
    end
end
%LL% Esta es la variable que indica posicion inferior del vol final con respecto a la discretizacion del embalse

if LL==1
    P1=LL+1; %Evito indices menores a la discretizacion permitida de volumen
    P2=LL;
else
    P1=LL-1; %Evito indices mayores a la discretizacion permitida de volumen
    P2=LL;
end

%P2 siempre lleva la posicion, P1 es una posicion mayor o menor

if vini(P1) == vini(P2)
    CCFF=CostoFF(P2,1); %Esto se hace para evitar divisiones entre cero
else
    CCFF=( (CostoFF(P1,1)-CostoFF(P2,1)) / (vini(P1)-vini(P2)) * (vvf-vini(P2)) ) + CostoFF(P2,1);
end

end

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
SUBROUTINA MAXGAN
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
function [CostoActual,GanaActual,precio]=MaxGan(Demandatermo)

% e elasticidad
%pendiente=e*(q_ref/p_ref);
pendiente=0.7*(50000/2000);
m=1/pendiente;

G1=[4264 196.12 0.058449]; %REC
G2=[12398 428.25 0.15141]; %TUL
G3=[22938 292.82 0.17231]; %CSO

AA=[2*(G1(1,3)+m) m m; m 2*(G2(1,3)+m) m; m m 2*(G3(1,3)+m)];
b=[(Demandatermo*m)-G1(1,2) ;(Demandatermo*m)-G2(1,2) ;(Demandatermo*m)-G3(1,2)];

A=inv(AA);

G=A*b;
precio=m*(Demandatermo-(G(1,1)+G(2,1)+G(3,1)));

Costo(1,1)=G1(1,1)+G1(1,2)*G(1,1)+G1(1,3)*G(1,1)^2;
Costo(2,1)=G2(1,1)+G2(1,2)*G(2,1)+G2(1,3)*G(2,1)^2;
Costo(3,1)=G3(1,1)+G3(1,2)*G(3,1)+G3(1,3)*G(3,1)^2;

ln(1,1)=precio*G(1,1);
ln(2,1)=precio*G(2,1);
ln(3,1)=precio*G(3,1);

Gana=ln-Costo;

CostoActual=(Costo(1,1)+Costo(2,1)+Costo(3,1))/1000000;
lnActual=(ln(1,1)+ln(2,1)+ln(3,1))/1000000;
GanaActual=(Gana(1,1)+Gana(2,1)+Gana(3,1))/1000000;
precio=precio/1000000;

if Demandatermo > 500000
    CostoActual=CostoActual*10;
    precio=precio/10;
end
end

```

```
j!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
SUBROUTINA GRAFICA
j!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
x(1,1)=0.0;
for i=2:Netapas
    x(i,1)=i-1;
end
for i=1:Netapas-1
    xi(i,1)=i;
end

subplot(4,2,1)
plot(x(:,1),vol(:,1));
%xlabel('Etapas')
ylabel('Volumen (Mm3)')

%title('COMPORTAMIENTO DE VOLUMENES')
grid on

subplot(4,2,2)
plot(xi(:,1),GH(:,1));
%xlabel('Etapas')
ylabel('GH (MWH)')
%title('GH')
grid on

subplot(4,2,3)
plot(x(:,1),msnm(:,1));
%xlabel('Etapas')
ylabel('Nivel (msnm)')
%title('msnm')
grid on

subplot(4,2,4)
plot(xi(:,1),GT(:,1));
%xlabel('Etapas')
ylabel('GT (MWH)')
%title('GT')
grid on

subplot(4,2,5)
plot(xi(:,1),Apt(:,1));
xlabel('Etapas')
ylabel('Aportaciones (Mm3)')
%title('S')
grid on

subplot(4,2,6)
plot(xi(:,1),U(:,1));
xlabel('Etapas')
ylabel('Turbinamientos (Mm3)')
%title('U')
grid on

subplot(4,2,7)
plot(xi(:,1),Dem(:,1));
xlabel('Etapas')
ylabel('Demanda (MWh)')
%title('Demanda')
grid on

subplot(4,2,8)
plot(xi(:,1),PMWh(:,1));
xlabel('Etapas')
ylabel('Spot($/MWh)')
%title('Precio')
grid on
```